

УДК: 658.1: 330.131.7: 330.4

UDC: 658.1: 330.131.7: 330.4

01.00.00 Физико-математические науки

Physical and mathematical sciences

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ РИСКОВ В МЕТОДИКЕ  
БИВЕРА ДЛЯ ОЦЕНКИ ФИНАНСОВОГО  
СОСТОЯНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ С ПОМОЩЬЮ  
МОДЕЛЕЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ  
ОПТИМИЗАЦИИ**

**BEAVER'S TECHNIQUE OF RISK  
ASSESSMENT IN THE ESTIMATION OF THE  
FINANCIAL POSITIONS OF COMPANIES  
USING MATHEMATICAL OPTIMIZATION**

Бамадио Бурейма  
аспирант, кафедры вычислительной математики и  
информатики  
*Кубанский государственный университет,  
Краснодар, Россия*

Bamadio Boureima  
postgraduate student of the Department of  
computational mathematics and Informatics,  
*Kuban state university, Krasnodar, Russia*

Лебедев Константин Андреевич  
д. ф.-м. н.  
РИНЦ SPIN-код: 6744-1690  
Профессор кафедры вычислительной математики и  
информатики  
*Кубанский государственный университет,  
Краснодар, Россия*

Lebedev Konstantin Andreyevich  
Dr.Sci.Phys.-Math., professor  
SPIN-код: 6744-1690  
Professor of the Department of computational  
mathematics and Informatics  
*Kuban state university, Krasnodar, Russia*

В данной работе предложена методика определения доли или значимости (веса)  $\alpha_i$  показателей Бивера  $k_i$  и рисков  $R$  в портфеле, образованном этими показателями, позволяющая минимизировать среднеквадратическую ошибку оценки эффективности портфеля (риск) при оценке финансового состояния исследуемого предприятия-заемщика. Предполагаемая методика представляет собой задачу минимизации квадратичной формы от  $n$  переменных, удовлетворяющих несложным условиям, то есть задачу квадратичного программирования. Данная методика реализована с применением четырех методов оптимизации: аналитическим методом, с помощью встроенной функции минимизации и блока Given, методом штрафных функций и методом градиентов. Также данная методика позволяет, как показывают результаты вычислительных экспериментов, эксперту без рутинной обработки статистических данных получать дополнительную информацию о кредитоспособности исследуемого предприятия-заемщика и сделать более обоснованный вывод о его финансовом состоянии, что ускоряет принятие решения о возможности выдачи предприятию-заемщику требуемого кредита. На основе методики, предложенной в данной работе, могут быть построены другие методики оценки кредитоспособности предприятия, использующие результаты теории оптимизаций и основанные на хорошо зарекомендовавших себя в прикладных исследованиях методиках: методике оценки кредитоспособности Сбербанка России, методике кредитного скоринга, американской методике, методике Альтмана и других

In this article we propose a method of determining the share or the significance (weight)  $\alpha_i$  of indicators of Beaver  $k_i$  and risks  $R$  in the portfolio formed by these parameters allowing us to minimize the mean square error evaluating the effectiveness of the portfolio (risk) in the assessment of the financial condition of the companies investigated. The proposed method is the minimization of a quadratic form in variables satisfying lengthy conditions, i.e. the quadratic programming. This technique is implemented using four methods of optimization: analytical method, using built-in function minimization block given, the penalty function method and the gradient method. More so, this technique allows, as shown by the results of the computational experiments, the expert without routine statistical data processing to obtain additional information on the credit worthiness of the investigated enterprise and make a more informed conclusion about its financial condition, which speeds up the decision on granting a loan required by a company. Based on the techniques proposed in this paper, other techniques of assessing the creditworthiness of businesses may be constructed using the results of optimization theory based on well-established applied research methods: Method of evaluating the creditworthiness of Russia, Credit scoring method, the American method, method of Altman and others

Ключевые слова: ПОРТФЕЛЬ, СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ, РИСК ОШИБКИ, ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПОРТФЕЛЯ, МЕРА РИСКА, КВАДРАТИЧНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Keywords: SOLVENCY, BANKRUPTCY, PORTFOLIO, RANDOM QUANTITY, RISK OF ERROR, PORTFOLIO EFFICIENCY, MEASURES OF RISK, QUADRATIC PROGRAMMING

## **Введение**

Одной из главных оценок, характеризующих финансовое состояние предприятия, является оценка кредитоспособности, т.е. способность своевременно погасить свои платежные обязательства. Необходимость проведения оценки кредитоспособности заемщика диктуется кредитной политикой и интересами банка. Банк должен знать: способен ли заемщик вовремя вернуть ему денежные средства с учетом процентов, требуемых банком, имеет ли он перспективы дальнейшего развития, как велик риск банка не получить требуемые суммы. Основное внимание при определении (оценки) кредитоспособности заемщиков сосредоточивается на показателях, характеризующих его способность вовремя обеспечить погашение кредита и уплату процентов по нему.

Для прогноза банкротства предприятия финансовым аналитиком Уильямом Бивером была предложена система показателей, позволяющая оценить финансовое состояние предприятия с целью диагностики банкротства при оценке его кредитоспособности [1,2].

### **1. Постановка задачи**

Величину существующей угрозы банкротства предприятия можно оценить (приблизительно) по пятифакторной модели У. Бивера, основанной на расчете следующих показателей этого предприятия:  $a_1$  – чистая прибыль,  $a_2$  – амортизация производственных фондов,  $a_3$  – заемный капитал,  $a_4$  – оборотные активы,  $a_5$  – краткосрочные обязательства перед юридическими и физическими лицами,  $a_6$  – собственные оборотные средства,  $a_7$  – вне-оборотные активы.

Показатели  $a_i, i=1, \dots, 7$ , позволяют вычислить значения коэффициентов:

$$k_1 = \frac{(a_1 + a_2)}{a_3}, k_2 = \frac{a_4}{a_5}, k_3 = \frac{a_1}{(a_4 + a_7)}, k_4 = \frac{a_2}{(a_4 + a_7)}, k_5 = \frac{a_6}{(a_4 + a_7)}.$$

На основе значений  $k_i, i=1, \dots, 5$ , определенных У. Бивером для трех видов компаний: благополучных, обанкротившихся в течение года, ставших банкротами с течение пяти лет, делается вывод о возможности банкротства исследуемого предприятия. Система показателей и нормативных значений для трех указанных видов компаний представлена в табл.1 [3].

**Таблица 1. Система показателей У. Бивера**

Коэффициенты $k_i$	Значение Коэффициент ов $k_i$	Нормативные значения рассчитанных коэффициентов и величин		
		Группа 1, благополучные компании	Группа 2, за 5 лет до банкротства	Группа 3, за 1 год до банкротства
Коэффициент Бивера, $k_1$	$k_1 = \frac{(a_1 + a_2)}{a_3}$	$k_1 > 0,4$	$k_1 \approx 0,2$	$k_1 < -0,15$
Коэффициент текущей ликвидности, $k_2$	$k_2 = \frac{a_4}{a_5}$	$k_2 > 2$	$1 \leq k_2 \leq 2$	$k_2 < 1$
Рентабельность активов, $k_3$	$k_3 = \frac{a_1}{(a_4 + a_7)}$	$k_3 \geq 0,06$	$0,01 < k_3 < 0,06$	$-0,22 \leq k_3 \leq 0,01$
Коэффициент финансовой зависимости, $k_4$	$k_4 = \frac{a_2}{(a_4 + a_7)}$	$k_4 < 0,35$	$0,35 \leq k_4 < 0,80$	$k_4 \geq 0,80$
Доля собственных оборотных средств в активах, $k_5$	$k_5 = \frac{a_6}{(a_4 + a_7)}$	$k_5 \geq 0,4$	$0,1 \leq k_5 < 0,4$	$k_5 < 0,1$

**Портфель** – это совокупность различных инвестиционных инструментов, которые собраны воедино для достижения конкретной инвестиционной цели вкладчика. В данной работе портфель означает совокупность различных показателей. Под доходностью  $R$ , мы понимаем

линейную комбинацию параметров Бивера. Параметры Бивера меняются во времени.

Предположим, что  $\kappa_1, \dots, \kappa_5$  являются случайными величинами, имеющих среднее квадратичное отклонение  $\sigma_i$ . Сформируем «портфель» из коэффициентов  $k_i$ , т.е. образуем совокупность  $M = \{k_1, \dots, k_5\}$  из показателей Бивера. Пусть  $\alpha_i$  – вес или коэффициент значимости  $k_i$  (доля коэффициента  $k_i$ ) в совокупности  $M = \{k_1, \dots, k_5\}$  (т.е.),  $\alpha_i \geq 0$ ,  $i = 1, \dots, 5$ ,  $\alpha_1 + \dots + \alpha_5 = 1$ .

Пусть  $R = \alpha_1 k_1 + \dots + \alpha_5 k_5$  – линейная комбинация параметров Бивера, отражающая эффективность совокупности параметров  $(k_1, \dots, k_5)$ .

**Цель данной работы** – разработать методику определения долей  $\alpha_i$  коэффициентов  $k_i$ ,  $i = 1, \dots, 5$  в портфеле, при которых риск допустить среднеквадратическую ошибку в оценке эффективности портфеля,  $R$  был бы минимальным. Эта методика позволяет эксперту получить дополнительную информацию о кредитоспособности предприятия, ускорит принятие решения о выдаче кредита. Она также избавляет эксперта от рутинной статистической обработки данных. Результаты исследований, изложенные в данной работе, являются продолжением исследований, результаты которых изложены в работах [4,5,6].

## 2. Методика оптимизации портфеля из показателей Бивера

Согласно предположениям из пункта 1, мера риска допустить среднеквадратическую ошибку при оценке кредитоспособности предприятия [7, 8, 9]:

$$\sigma = \sqrt{D[R]} = \sqrt{\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 \alpha_i \alpha_j v_{ij}}, \quad (1)$$

где  $v_{ij}$  – ковариация между  $k_i$ ,  $k_j$ , т.е.  $v_{ij} = \text{cov}(k_i, k_j)$ ,  $i, j = 1, \dots, 5$ .

Задача определения доли (веса)  $\alpha_i$ ,  $i=1, \dots, 5$ , различных показателей Бивера сводится к решению задачи оптимизации портфеля:

$$\begin{cases} \sum_{ij=1}^n \alpha_i \alpha_j v_{ij} \rightarrow \min, & v_{ij} = \text{cov}(k_i, k_j), \\ \sum_i^n \alpha_i = 1, & . \\ \alpha_i \geq 0, \dots, \alpha_n \geq 0, & \\ i=1, \dots, 5 & . \end{cases} \quad (2)$$

Данная задача представляет собой задачу минимизации квадратичной формы от  $n$  переменных  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ , удовлетворяющих условиями  $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$ ,  $\alpha_i \geq 0$ ,  $i=1, \dots, 5$ , то есть задачу квадратичного программирования. Решая уравнение (2), получим различные значения  $\alpha_i^*$ ,  $i=1, \dots, 5$ . Чем больше значение  $\alpha_i^*$ , тем больше влияет  $i$ -й показатель Бивера  $k_i$  на меру риска допустить среднеквадратическую ошибку при оценке эффективности портфеля  $R$ .

Решение данной задачи выполнено с использованием компьютерной техники на базе математического пакета MathCAD с применением четырёх методов математической оптимизации [10]: аналитическим методом, с помощью встроенной функции минимизации и блока Given, методом штрафных функций и методом градиентов. Применение этих методов, позволяет принять более обоснованный анализ при решении поставленной задачи.

Решая уравнение (2) разными методами, получим различные значения  $\alpha_i^*$ ,  $i=1, \dots, 5$ . Чем больше значение  $\alpha_i^*$ , тем больше влияет  $i$ -й показатель Бивера  $k_i$  на меру риска, т.е. тем больше позволяет допустить среднеквадратическую ошибку при оценке эффективности совокупности (портфеля) из показателей Бивера.

### 3. Пример

Экспериментальные данные показателей Бивера (см. таб. 1), рассчитанные на основе бухгалтерского баланса предприятия ОАО «Ленмолоко» [11], представлены в таб. 2.

**Таблица 2. Значения показателей системы У. Бивера предприятия ОАО «Ленмолоко»**

Показатели	Значения показателей				
	2011 г.	2010 г.	2009 г.	2008 г.	2007 г.
Коэффициент Бивера, $k_1$	2,186	1,271	0,432	0,315	0,653
Коэффициент текущей ликвидности, $k_2$	0,238	0,551	2,967	2,486	2,054
Рентабельность активов, $k_3$	0,902	0,697	0,127	0,112	0,241
Коэффициент финансовой зависимости, $k_4$	0,413	0,549	0,294	0,357	0,369
Доля собственных оборотных средств в активах, $k_5$	-0,314	-0,246	0,579	0,531	0,389

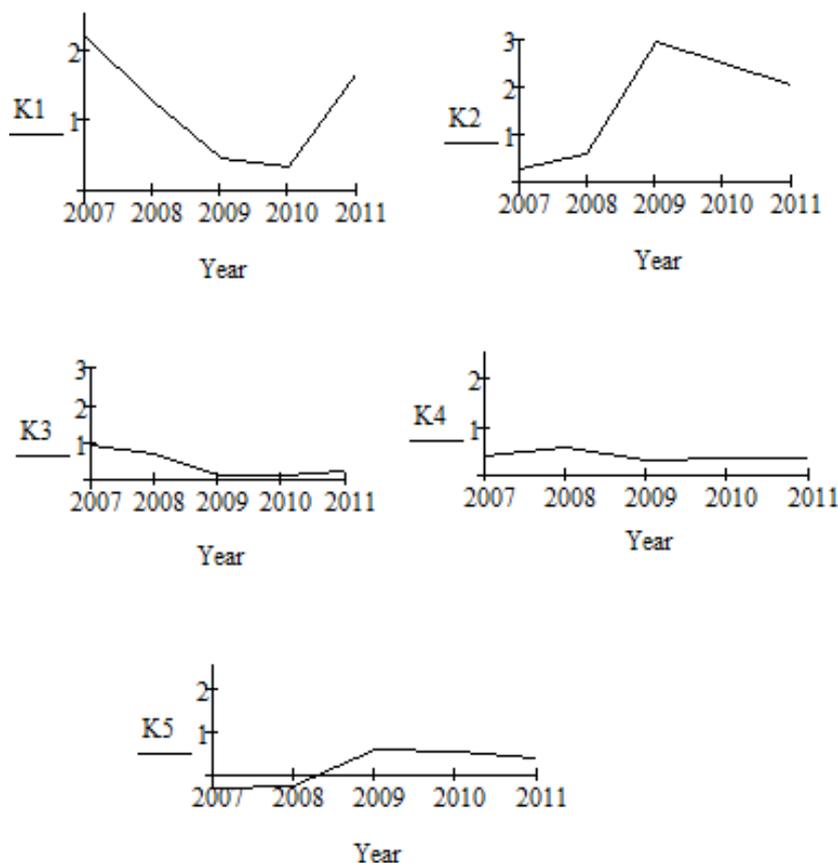


Рисунок 1. Графики изменения показателей  $k_i$ ,  $i=1, \dots, 5$  по годам.

Из рисунка 1 видно, что на протяжении всего периода (2007–2011 гг.) изменение показателя  $k_4$  меньше, чем других показателей. Его минимальное значение 0,294, а максимальное 0,549.

Рассчитаем среднее арифметическое  $i$ -ого показателя Бивера, воспользовавшись формулой:

$$\bar{k}_i \approx \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N k_j. \quad (3)$$

Используя данные таб.2 по формуле (3) находим  $\bar{k}_1 \approx 0,971$ ,  $\bar{k}_2 \approx 1,659$ ,  $\bar{k}_3 \approx 0,416$ ,  $\bar{k}_4 \approx 0,396$  и  $\bar{k}_5 \approx 0,188$ . Элементы  $V_{ij}$  ковариационной матрицы  $V$  показателей  $k_i$ , вычислим по формуле:

$$V_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{i,j=1}^N \left\{ \overbrace{(k_i - \bar{k}_i)}^{\Delta_i} \cdot \overbrace{(k_j - \bar{k}_j)}^{\Delta_j} \right\} \approx \frac{1}{N} \cdot \sum_{ij=1}^N \Delta_i \Delta_j. \quad (4)$$

С помощью специальной разработанной программы в пакете **Mathcad**, получим следующую ковариационную матрицу  $V$  :

$$V = \{V_{ij}\} = \begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} & V_{13} & V_{14} & V_{15} \\ V_{21} & V_{22} & V_{23} & V_{24} & V_{25} \\ V_{31} & V_{32} & V_{33} & V_{34} & V_{35} \\ V_{41} & V_{42} & V_{43} & V_{44} & V_{45} \\ V_{51} & V_{52} & V_{53} & V_{54} & V_{55} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,510 & -0,607 & 0,182 & 0,026 & -0,208 \\ -0,607 & 1,160 & -0,340 & -0,074 & 0,414 \\ 0,182 & -0,340 & 0,104 & 0,019 & -0,124 \\ 0,026 & -0,074 & 0,019 & 7,2 \cdot 10^{-3} & -0,027 \\ -0,208 & 0,414 & -0,124 & -0,027 & 0,150 \end{pmatrix}.$$

Решая задачу (2) с помощью программной среды **Mathcad** четырьмя упомянутыми выше способами, находим минимальные значения  $\alpha_i^*$ ,  $i=1, \dots, 5$ :

$$\begin{pmatrix} \alpha_1^* \\ \alpha_2^* \\ \alpha_3^* \\ \alpha_4^* \\ \alpha_5^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,8 \cdot 10^{-4} \\ 3,7 \cdot 10^{-4} \\ 0,332 \\ 0,336 \\ 0,332 \end{pmatrix}.$$

Минимальная дисперсия (минимальные значения меры риска ошибки) равна:

$$\sigma^2 = D[R] = 4,5 \cdot 10^{-4}.$$

Все проводимые разные методы решения выше описанной задачи дают в пакете **Mathcad** одинаковые значения параметров  $\alpha_j$  и минимальные значения целевой функции в пределах высокой точности вычислений.

В данной работе выявлено, что коэффициенты значимости  $\alpha_3^* = \alpha_4^* = \alpha_5^* = 0,33$ , имеют одинаковое значение в пределах точности вычислений и это даёт основание считать, что коэффициенты Бивера  $k_3$ ,  $k_4$  и  $k_5$  приблизительно одинаково влияют на меру риска допустить среднеквадратичную ошибку при оценке эффективности портфеля. Так как  $\alpha_1^* = \alpha_2^* = 0$  значительно меньше, чем 0,33, то коэффициенты  $k_3$ ,  $k_4$  и  $k_5$  значительно больше влияют на меру риска, чем коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$ . Таким образом, при оценке финансового состояния экспертам нужно уделять большее внимание коэффициентам  $k_3$ ,  $k_4$  и  $k_5$ . Использование одновременно нескольких различных способов решения задачи оптимизации в пакете **Mathcad** свидетельствует о надёжности полученных решений оптимизационной задачи.

### Список литературы

1. Beaver W. Financial Ratio as Predictors of Failure, Empirical Research in Accounting // Journal of Accounting Research. - № 4. 1967 с. 71-111.

2. Шаулюкоу, А.П. Финансовый менеджмент на предприятии: учеб. пособие. / А.П. Шаулюкоу. - Гомель: ГКИ, 2001. - 562 с.
3. Донцова Л.В., Никифорова Н.А. Анализ финансовой отчетности: Учебник. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство «Дело и Сервис», 2005. – 368 с.
4. Бамадио Б. Оценка кредитоспособности предприятий – заемщиков России и Мали // Известия кубанского государственного университета. Естественные науки. Вып. № 1 (2). 2013. С. 57 – 61.
5. Бамадио Б. Основные аспекты оценки кредитоспособности предприятий – заемщиков России и Мали // Журнал "Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований" 2013. – № 1. С. 139 – 140.
6. Бамадио Б., Семенчин Е.А. Определение рисков в методике Бивера оценки финансового состояния предприятия / Б. Бамадио, Е.А. Семенчин // Тенденции и перспективы: Материалы международной научно-практической конференции. Сочи, 24/01 – 26/01. 2013 г. – С. 23 – 24.
7. Бережная Е.В., В. И. Бережной. Математические методы моделирования экономических систем. - М.: Финансы и статистика, 2003 г. – 368с.
8. Математические методы и модели исследования операций / под ред. В.А. Колемаева. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2008 г. – 592 с.
9. Колемаев В.А. Математическая экономика: Учебник для вузов. –2-е изд., перераб. И доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002.–399 с.
- 10.Четыркина Е.М. Финансовая математика. –М.: Феникс, 2000. – 285 с.
- 11.Бухгалтерская отчетность предприятия О.А.О. «Ленмолоко» (2013): [Электронный ресурс] // — Режим доступа: URL: <http://www.lenmoloko.spb.ru/documents/balance.html/>.

## References

1. Beaver W. Financial Ratio as Predictors of Failure, Empirical Research in Accounting // Journal of Accounting Research. - № 4. 1967 s. 71-111.
2. Shauljukou, A.P. Finansovyj menedzhment na predpriyatii: ucheb. posobie. / A.P. Shauljukou. - Gomel': GKI, 2001. - 562 s.

3. Doncova L.V., Nikiforova N.A. Analiz finansovoj otchetnosti: Uchebnik. – 3-e izd., pererab. i dop. – M.: Izdatel'stvo «Delo i Servis», 2005. – 368 s.
4. Bamadio B. Ocenka kreditosposobnosti predpriyatij – zaemshhikov Rossii i Mali // Izvestija kubanskogo gosudarstvennogo universiteta. Estestvennye nauki. Vyp. № 1 (2). 2013. S. 57 – 61.
5. Bamadio B. Osnovnye aspekty ocenki kreditosposobnosti predpriyatij – zaemshhikov Rossii i Mali // Zhurnal "Mezhdunarodnyj zhurnal prikladnyh i fundamental'nyh issledovanij" 2013. – № 1. S. 139 – 140.
6. Bamadio B., Semenchin E.A. Opredelenie riskov v metodike Bivera ocenki finansovogo sostojanija predpriyatija / B. Bamadio, E.A. Semenchin // Tendencii i perspektivy: Materialy mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii. Sochi, 24/01 – 26/01. 2013 g. – S. 23 – 24.
7. Berezhnaja E.V., V. I. Berezhnoj. Matematicheskie metody modelirovanija jekonomicheskikh sistem. - M.: Finansy i statistika, 2003 g. – 368s.
8. Matematicheskie metody i modeli issledovanija operacij / pod red. V.A. Kolemaeva. – M.: JuNITI-DANA, 2008 g. – 592 s.
9. Kolemaev V.A. Matematicheskaja jekonomika: Uchebnik dlja vuzov. –2-e iz., pererab. I dop. – M.: JuNITI-DANA, 2002.–399 s.
10. Chetyrkina E.M. Finansovaja matematika. –M.: Feniks, 2000. – 285 s.
11. Buhgalterskaja otchetnost' predpriyatija O.A.O. «Lenmoloko» (2013): [Elektronnyj resurs] // — Rezhim dostupa: URL: <http://www.len-moloko.spb.ru/documents/balance.html/>.