

УДК 519.688:537.8:372.853

UDC 519.688:537.8:372.853

ИНФОРМАЦИОННЫЙ АСПЕКТ УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ПО ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

INFORMATION ASPECTS OF EDUCATIONAL RESEARCH EXPERIMENTAL PROBLEMS IN ELECTRODYNAMICS

Черных Анатолий Григорьевич
к.ф.-м.н., доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; Россия, 660049, г. Красноярск, ул. Ады Лебедевой, 89; e-mail: agchernyh@mail.ru

Tchernykh Anatoliy Grigorievich
Cand.Phys-Math.Sci., associate professor
Krasnoyarsk State Pedagogical University named after V.P. Astafyev; Russia, 660049, Krasnoyarsk, st. Ada Lebedeva, 89; e-mail: agchernyh@mail.ru

В статье рассматривается экспериментальная задача, анализ которой невозможно провести без применения методов вычислительной математики. Показано, что использование в учебно-исследовательских задачах современных информационных технологий для сопоставления теории с реальным физическим экспериментом, позволяет качественно поднять уровень подготовки будущих учителей физики и информатики

The article discusses the experimental task, the analysis of which cannot be carried out without the use of methods of calculus mathematics. It is shown that the use of modern information technology in educational research tasks to confront theory with real physical experiments lets us raise the level of quality of training future teachers of physics and computer science

Ключевые слова: ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЗАДАЧА, УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ЗАДАЧА, БЕСКОНТАКТНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ, ЯЗЫК ПРОГРАММИРОВАНИЯ ВЫСОКОГО УРОВНЯ, ИНТЕГРАЦИЯ ФИЗИКИ, МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Keywords: EXPERIMENTAL TASK, TEACHING AND RESEARCH TASK, NON-INVASIVE PROBING OF ELECTRO-CONDUCTIVITY, CALCULATING EXPERIMENT, HIGH LEVEL PROGRAMMING LANGUAGE, INTEGRATION OF PHYSICS, MATHEMATICS B COMPUTER SCIENCE

1. Введение

При подготовке учителей физики с дополнительной специальностью «Информатика» весьма существенное значение имеет интеграция в лабораторный учебный процесс по физике информационных технологий и вычислительной математики. Желательно, чтобы интеграция была естественной, т.е. необходимо рассматривать экспериментальные задачи, соответствующие следующим трем принципам:

- практического значения;
- учебной и научной новизны;
- некоторого выхода за границы знаний и умений студентов.

Это достаточно труднодостижимая цель в условиях наметившейся тенденции к снижению аудиторной нагрузки, выделяемой на изучение физики, математики и информатики.

Удачным примером такой учебно-исследовательской работы, в равной мере интегрирующей математику, физику и информатику, является задача взаимодействия массивного проводника с переменным магнитным полем, – задача классическая и подробно рассмотренная в курсе теоретической физики [5] и учебном пособии [1]. Результаты, представленные в работах [5, 1] в виде бесконечных рядов от комплексных переменных, носят достаточно формальный характер. Это значительно ограничивает аналитический анализ задачи и измерительные возможности. В курсе физики известна также лабораторная работа [3], посвященная бесконтактному измерению электропроводности, однако измерения проводятся в узком интервале частот.

Нужную информацию для расширения возможностей анализа задачи может дать взгляд на физику исследуемого процесса через компьютер. Студент должен использовать в вычислительном эксперименте не чужие программы, а свои либо модифицированные варианты базовых программ [2]. Необходимость получения от компьютера ответа на поставленные вопросы требует от студента глубокого проникновения в суть изучаемой проблемы с физической и математической сторон. Полученный ответ порождает новые вопросы относительно физики исследуемого процесса и возможностей экспериментальной проверки теории. Все это способствует поиску практического применения изучаемой физики.

В данной работе описывается применение языка программирования высокого уровня для сравнения результатов учебно-исследовательского эксперимента по бесконтактному измерению электропроводности металла с теоретическими зависимостями в виде функций Бесселя, а именно:

- численное суммирование рядов, входящих в исследуемые аналитические выражения;
- разработка цикла построения графика зависимости между измеряемой величиной и электропроводностью с использованием просуммированных рядов.

Необходимо отметить, что, только применив компьютерные технологии, мы получим необходимые инструменты для проведения количественного анализа данной экспериментальной задачи.

Реализовать вычислительный эксперимент можно на любом языке из семейства высокоуровневых языков программирования. В данной работе программы вычислений представлены на языке *Turbo Basic*. Опыт преподавания вычислительной математики показывает, что программы алгоритмов, написанные на этом языке, хорошо воспринимаются студентами, которые затем пишут свои программы на удобных для них модификациях *C* или *Pascal*.

2. Постановка задачи

Исследуемый неферромагнитный образец в форме цилиндра, радиус которого a , проводимость σ , помещен в однородное переменное гармоническое магнитное поле, параллельное оси цилиндра. Поверх образца намотана проволочная катушка, подключенная к вольтметру (рис. 1).

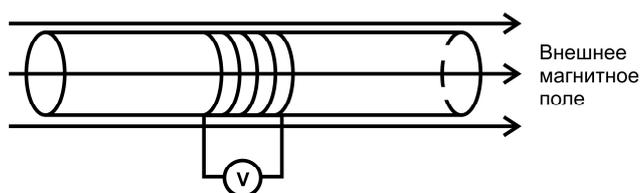


Рисунок 1. Схема экспериментальной установки

Вольтметр измеряет электродвижущую силу $U(t)$, наведенную в катушке переменным полем, являющимся суммой внешнего поля $H(t)$ и поля вихревых токов образца $H_j(t)$. Необходимо найти связь между $H(t)$ с параметрами внешнего поля (амплитуда, частота ω) и параметрами образца (a, σ). В [1, 5] получено математическое выражение, описывающее магнитное поле внутри образца. Без применения компьютерных технологий и вычислительной математики этот результат невозможно использовать.

3. Анализ задачи

При гармонической зависимости внешнего магнитного поля от времени, напряженность поля может быть представлена в комплексном виде $H(t) = H_0 e^{-i\omega t}$. Система симметрична относительно оси цилиндра, поэтому вихревые токи в цилиндре будут течь по окружностям в плоскостях, перпендикулярных его оси. Магнитное поле внутри цилиндра определяется уравнениями Максвелла в квазистационарном приближении [1, 5]. Радиальная зависимость магнитного поля в образце имеет вид

$$H(r) = H_0 \frac{J_0(kr)}{J_0(ka)}, \quad (1)$$

где $k = (i+1)/\delta$.

Величину δ принято называть толщиной скин-слоя, она определяется формулой $\delta = 2\sqrt{2\sigma\mu_0\omega}$. Соотношение (1) определяется функцией Бесселя нулевого порядка

$$J_0(kr) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n!)^2} \left(\frac{kr}{2}\right)^{2n}. \quad (2)$$

Ряд (2) несложно интегрировать, поэтому амплитуда магнитного потока через площадь поперечного сечения цилиндра равна

$$\Phi = \mu_0 \int_0^a 2\pi r H(r) dr = \mu_0 H_0 a^2 \left(\frac{2}{ka} \right) \frac{J_1(ka)}{J_0(ka)},$$

где μ_0 – магнитная постоянная;

$J_1(ka)$ – функция Бесселя первого порядка, определяемая рядом

$$J_1(ka) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(n+1)!} \left(\frac{ka}{2} \right)^{2n+1}.$$

Учитывая, что $H(r, t) = H(r) e^{-i\omega t}$, получим зависимость ЭДС от времени, H_0, ω, a

$$U(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = (N\omega\mu_0 H_0 \pi a^2) \left(\frac{2}{ka} \right) \frac{J_1(ka)}{J_0(ka)} i e^{i\omega t}. \quad (3)$$

Величина

$$(N\omega\mu_0 H_0 \pi a^2) = U_0 \quad (4)$$

является амплитудной ЭДС, наведенной в катушке внешним полем (образец вынут из катушки), N – число витков катушки.

Введем переменную $z = (a^2 / 2\delta^2)$. Тогда

$$\left(\frac{ka}{2} \right)^2 = iz. \quad (5)$$

Подстановка (5) в (3) дает

$$U(t) = U_0 i e^{-i\omega t} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (iz)^n}{n!(n+1)!} \right) / \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (iz)^n}{(n!)^2} \right). \quad (6)$$

4. Приведение рядов, входящих в $U(t)$, к виду, удобному для численного суммирования

Представим сумму, стоящую в числителе выражения (6), в виде действительной и мнимой частей:

$$J_1(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(n+1)^n} (iz)^n = R_e J_1 + L_m J_1. \quad (7)$$

Анализ ряда (7) дает

$$A_1 = R_e J_1 = 1 - \frac{z^2}{2!3!} + \frac{z^4}{4!5!} - \frac{z^6}{6!7!} + \frac{z^8}{8!9!} - \dots; \quad (8)$$

$$B_1 = L_m J_1 = -\frac{z}{1!2!} + \frac{z^3}{3!4!} - \frac{z^5}{5!6!} + \frac{z^7}{7!8!} - \frac{z^9}{9!10!} + \dots \quad (9)$$

Аналогично для ряда, стоящего в знаменателе выражения (7), имеем

$$J_0(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n!)^2} (iz)^n = R_e J_0 + L_m J_0, \quad (10)$$

где

$$A_0 = R_e J_0 = 1 - \frac{z^2}{(2!)^2} + \frac{z^4}{(4!)^2} - \frac{z^6}{(6!)^2} + \frac{z^8}{(8!)^2} - \dots; \quad (11)$$

$$B_0 = L_m J_0 = -\frac{z}{(1!)^2} + \frac{z^3}{(3!)^2} - \frac{z^5}{(5!)^2} + \frac{z^7}{(7!)^2} - \frac{z^9}{(9!)^2} \dots \quad (12)$$

Все ряды являются знакпеременными, поэтому их можно численно суммировать с заданной точностью.

5. Пример цикла вычисления $A_1 = R_{\theta} J_1 = 1 - \frac{z^2}{2!3!} + \frac{z^4}{4!5!} - \frac{z^6}{6!7!} + \frac{z^8}{8!9!} - \dots$

(при $z=1$)

$n1=1000000$ (число суммируемых слагаемых)

$z=1$

$a=1 : x=-z * z : s=1$

for $n=2$ to $n1$ step 2

$b=(n-1) * n * n * (n+1)$

$a=a * x / b$

$A1=s$

next n

? $A1$

Данный вычислительный алгоритм легко проверяется прямым вычислением слагаемых из ряд A_1 . Аналогично строятся циклы вычисления остальных рядов. После того как мы определили действительные и мнимые части рядов, входящих в (6), и построили алгоритм вычисления этих рядов, выражение (6) можно записать в виде

$$U(t) = R_e \left[U_0 \frac{A_1 + iB_1}{A_0 + iB_0} i e^{-i\omega t} \right]. \tag{13}$$

Действительная часть выражения (13) дает ключ к пониманию зависимостей, измеренных в эксперименте. Соотношение (13) стандартным образом [3] приводится к виду

$$U(t) = U_0 \sqrt{\frac{A_1^2 + B_1^2}{A_0^2 + B_0^2}} \cos(\omega t - \psi), \tag{14}$$

где

$$\psi = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\left(\frac{A_1 A_0 - B_1 B_0}{A_1 B_0 + B_1 A_0}\right), \quad (15)$$

ψ – сдвиг фаз между напряжениями $H(t)$ и $U(t)$.

Из (15) следует, что амплитуда $U(t)$ равна

$$U = U_0 \sqrt{\frac{A_1^2 + B_1^2}{A_0^2 + B_0^2}}. \quad (16)$$

Безразмерная функция, зависящая от z ,

$$f(z) = \sqrt{\frac{A_1^2 + B_1^2}{A_0^2 + B_0^2}} \quad (17)$$

определяет относительное уменьшение сигнала U по отношению к U_0 .

6. Программа построения графиков зависимостей $f(z)$ и $\psi(z)$

```

screen 9                                     (графический редактор)
window (-2,2)-(10,2)
Line (-2,0)-(10,0), 4
Line (0, 1.5)-(0, -1.5)
n1=1000000                                   (число суммируемых слагаемых)
P=4*atn(1)                                   (число  $\pi$ )
for z=0.05 to 10 step 0,05                   (цикл по  $z$ )
a=1:x=-z*z:s=1                               (цикл вычисления  $A_1$ )
for n=2 to n1 step 2
b=(n-1)*n*n*(n+1)
a=a*x/b
s=s+a
    
```

A1=s

next n

d1= A1*A1

a=-z/2:s= -z/2: x=-z*z

(цикл вычисления B₁)

for n=3 to n1 step 2

b=(n-1)*n*n*(n+1)

a=a*x/b

s=s+a

B1=s

next n

d2=B1*B1

a=1:s=1:x=-z*z

(цикл вычисления A₀)

for n=2 to n1 step 2

b=(n-1)*n*n*(n-1)

a=a*x/b

s=s+a

A0=s

next n

d3=A0*A0

a=-z:s=-z:x=-z*z

(цикл вычисления B₀)

for n=3 to n1 step 2

b=(n-1)*n*n*(n-1)

a=a*x/b

s=s+a

B0=s

next n

d4= B0*B0

y=((d1+d2)/(d3+d4))^0,5

Pset (z,y),2 (построение графика $f(z)$)

$$f=(A0*B1-B0*A1)/(A1*A0+B1*B0)$$

$$y1=atn(f)+P/2$$

Pset (z,y1),4 (построение графика $\psi(z)$)

next z

Получив график, студент должен дать качественное объяснение хода кривых и предложить способ его использования для бесконтактного измерения σ .

На рис. 2 приведены графики построенных данной программой зависимостей, где $f(z)$ – нижняя кривая, $\psi(z)$ – верхняя кривая.

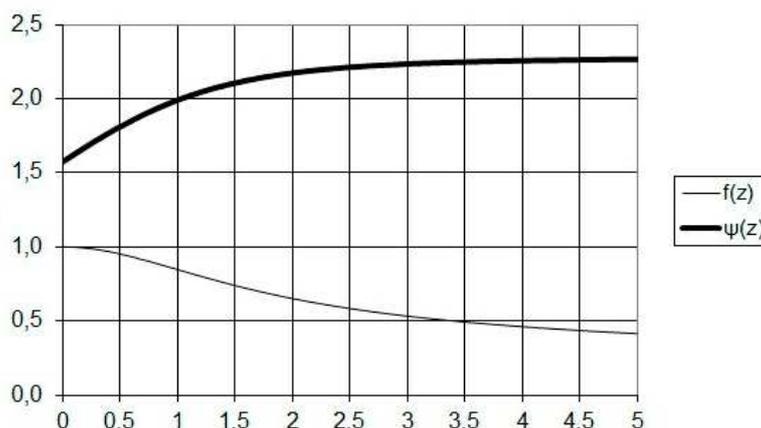


Рисунок 2. График зависимостей $f(z)$ и $\psi(z)$

Как пользоваться этими кривыми для определения σ , покажем на примере кривой $f(z)$. В реальном эксперименте (при заданных H_0, ω, a) измеряются: U_0 – амплитуда ЭДС, наведенной в катушке без образца; U – амплитуда ЭДС, наведенной в катушке с образцом. Отношение U/U_0 должно равняться $f(z)$ при некотором z_0 , т.е.

$$U/U_0 = f(z_0),$$

где z_0 определяется из графика $f(z)$ на основе равенства (18).

Так как $z_0 = (a^2 / 2\delta^2)$, формула для вычисления σ имеет вид

$$\sigma = \frac{4z_0}{a^2 \mu_0 \omega}. \quad (19)$$

Построенные зависимости $f(z)$ и $\psi(z)$ дают возможность сделать количественные выводы, неочевидные без применения компьютера, и оптимизировать ход эксперимента:

- Измерение σ на низких частотах удобно проводить по $\psi(z)$. В работах [4, 6] описаны методики измерения ψ и f . В этой области частот $\psi(z)$ быстро меняется, что гарантирует высокую точность измерений.
- На высоких частотах (при $z > 3$) измерения удобнее проводить, используя $\psi(z)$, т.к. на этих частотах $\psi(z)$ слабо меняется, а $f(z)$ – убывает.

7. Заключение

Приобретенный опыт самостоятельного написания студентами компьютерных программ может быть полезен для анализа данных, получаемых при выполнении не только учебных работ, но и исследовательских проектов, интегрирующих физику, математику и информатику, где физика исследуемого явления приближена к реальным процессам. Овладение студентами современной методикой анализа результатов физического эксперимента на основе применения

компьютерных технологий будет способствовать преодолению разрыва между традиционным содержанием учебного процесса в педагогическом вузе и в школе и современными достижениями науки, без чего невозможна качественная подготовка учителя. Кроме того, применение компьютерных технологий для сравнения результатов физического эксперимента с теоретическими зависимостями позволяет согласовать содержательные компоненты учебных курсов физики, математики и информатики, что повышает эффективность усвоения материала и ориентирует будущих учителей физики и информатики на задачи, имеющие практическое значение.

Литература

1. Батыгин В.В., Топтыгин И.Н. Сборник задач по электродинамике / под ред. М.М.Бредова. Ижевск; М.: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. 503 с.
2. Гулд Х., Тобочник Я. Компьютерное моделирование в физике: пер. с англ. В 2 ч. Ч 1. М.: Мир, 1990. 340 с.
3. Захаров М.И. Проводник в переменном магнитном поле. Бесконтактное измерение электропроводности: лаборатор. работа // Лаборатор. практикум «Электричество и магнетизм» / М.И. Захаров [и др.]; под общ. ред. Б.А. Князева. Новосибирск: РИЦ НГУ, 2008. С. 19-31.
4. Лабораторные занятия по физике / под ред. Л.Л. Гольдина. М.: Наука, 1983. С. 305-312.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. В 10 т. Т. 8. Электродинамика сплошных сред / под ред. Л.П. Питаевского. М.: Физматлит, 2003. 649 с.
6. Черных А.Г. Бесконтактное измерение электросопротивления проводников в переменном магнитном поле. Ч. 1 / А.Г. Черных // Физическое образование в вузах. 2013. Т. 19. № 3. С. 131-137.

References

1. Batygin V.V., Topotygin I.N. Sbornik zadach po jelektrodinamike / pod red. M.M.Bredova. Izhevsk; M.: NIC «Reguljarnaja i haoticheskaja dinamika», 2002. 503 s.
2. Guld H., Tobochnik Ja. Komp'juternoe modelirovanie v fizike: per. s angl. V 2 ch. Ch 1. M.: Mir, 1990. 340 s.
3. Zaharov M.I. Provodnik v peremennom magnitnom pole. Beskontaktное izmerenie jelektroprovodnosti: laborator. rabota // Laborator. praktikum «Jelektrichestvo i magnetizm» / M.I. Zaharov [i dr.]; pod obshh. red. B.A. Knjazeva. Novosibirsk: RIC NGU, 2008. S. 19-31.

4. Laboratornye zanjatija po fizike / pod red. L.L. Gol'dina. M.: Nauka, 1983. S. 305-312.
5. Landau L.D., Lifshic E.M. Teoreticheskaja fizika. V 10 t. T. 8. Jelektrodinamika sploshnyh sred / pod red. L.P. Pitaevskogo. M.: Fizmatlit, 2003. 649 s.
6. Chernyh A.G. Beskontaktnoe izmerenie jelektrosoprotivlenija provodnikov v peremennom magnitnom pole. Ch. 1 / A.G. Chernyh // Fizicheskoe obrazovanie v vuzah. 2013. T. 19. № 3. S. 131-137.