

УДК 517.925.8;517.928

UDC 517.925.8;517.928

МОДЕЛИ РАСЧЕТА ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ У ПРОНИЦАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ

THE MODELS OF CALCULATION OF TURBULENT BOUNDARY LAYER AT PERMEABLE SURFACE

Лаптева Елена Анатольевна
к.т.н., старший преподаватель

Lapteva Elena Anatolevna
Cand.Tech.Sci., senior lecturer

Саитбаталов Марат Викторович
соискатель
ФГБОУ ВПО «Казанский государственный энергетический университет», Казань, Россия

Saidbatalov Marat Viktorovich
competitor for degree
Kazan State Power Engineering University (KSPEU),
Kazan, Russia

Фарахов Тимур Мансурович
к.т.н.
инженер, ООО Инженерно Внедренческий Центр «Инжсехим», Казань, Россия

Farakhov Timur Mansurovich
Cand.Tech.Sci., engineer
LLC Engineering-Promotional Center "Inzhekhim",
Kazan, Russia

Рассмотрены математические модели турбулентного пограничного слоя с учетом конденсации или испарения. Получены выражения для учета этих эффектов. Выполнено сравнение с известными экспериментальными данными

In the article we have considered the mathematical models of turbulent boundary layer corresponding with condensation and evaporation. The expressions for accounting that effect have been derived. We have also compared them with the known experimental data

Ключевые слова: КОНДЕНСАЦИЯ, ИСПАРЕНИЕ, ТЕПЛООТДАЧА, МАССООБМЕН, НАСАДКА, ИМПУЛЬСОТДАЧА

Keywords: CONDENSATION, EVAPORATION, HEAT TRANSFER, MASS EXCHANGE, NOZZLES, IMPULSE TRANSFER

ВВЕДЕНИЕ

Массопередача и теплообмен в промышленных аппаратах, как правило, являются сопряженными процессами. При этом градиент температуры и поперечный поток вещества могут оказывать существенное влияние на значение коэффициентов переноса. Конденсация пара и испарение жидкости с поверхности раздела фаз существенно влияют на интенсивность теплообмена и, следовательно, на параметры пограничного слоя, который формируется на межфазной поверхности [1-3]. Очевидно, что процессы ректификации смесей с высокой относительной летучестью компонентов и в процессах абсорбции газов с большим содержанием извлекаемого компонента при значительной степени его извлечения должны рассчитываться с привлечением моделей пограничного слоя учитывающих вышеназванные возмущающие факторы.

В предлагаемой работе рассматриваются особенности обменных процессов в турбулентном пограничном слое у проницаемой поверхности и возможность и влияние их на интегральные коэффициенты переноса импульса, массы и тепла. Рассмотрение учета поперечного потока вещества при обтекании проницаемой поверхности удобнее начать с уравнений переноса импульса, поскольку в данной работе в моделях используется явление гидродинамической аналогии между всеми обменными процессами в пограничном слое.

ПЕРЕНОС ИМПУЛЬСА

В данной работе рассматривается стационарный пограничный слой в газовой фазе, на границе раздела с пленкой жидкости.

Уравнение для коэффициента переноса импульса выводится из потоковых соотношений $\tau_{\tilde{y}0} = \rho \gamma_{\infty} (u_{\infty} - u_{\tilde{y}0})$ и $\tau = \rho (v + v_T) \frac{\partial u}{\partial y}$, в общем виде [1]:

$$\frac{1}{\gamma_{\infty}} = \int_0^{\delta_{\infty}} \frac{\rho_0 \tau}{\rho (v + v_T)} dy \quad (1)$$

Уравнение (1) является интегральным выражением потерь импульса потока в пограничном слое посредством трения. С другой стороны величина касательного напряжения трения входит в известное уравнение Рейнольдса:

$$\frac{dP}{dx} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial \tau}{\partial y}, \quad (2)$$

где u и v здесь выступают в роли составляющих скорости потока по оси x (направленной вдоль омываемой поверхности по направлению течения) и y (перпендикулярной к касательной плоскости к омываемой поверхности) соответственно. В непосредственной окрестности стенки скорость $u \rightarrow 0$.

Таким образом, решение уравнения (2) при $\frac{y}{\delta} \rightarrow 0$ асимптотически сводится к решению уравнения:

$$\frac{dP}{dx} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial \tau}{\partial y}. \quad (3)$$

Интегрируя уравнение (3) по y от нуля до текущей координаты y в рамках рассматриваемой модели безградиентного (или квазибезградиентного) течения имеет:

$$\rho_{ст} v_{ст} \Delta U_y + \tau_{ст} = \tau, \quad (4)$$

где $\Delta U_y = U_y - U_{ст}$.

Решение уравнения (4), очевидно, является асимптотическим и действительным лишь в области $\frac{y}{\delta} \rightarrow 0$. Несмотря на кажущуюся грубость такого приближения оно с успехом используется в алгебраических моделях турбулентности при распространении их на случаи обтекания проницаемых поверхностей: [4-10].

В работе [11] была предложена форма аппроксимации распределения касательного напряжения по высоте пограничного слоя у проницаемой поверхности на основе (4) в виде:

$$\frac{\tau}{\tau_{ст}} = \left(\frac{\tau}{\tau_{ст}} \right)_0 \left(\frac{\rho_{ст} v_{ст} \Delta U_y}{\tau_{ст}} + 1 \right), \quad (5)$$

где $\left(\frac{\tau}{\tau_{ст}} \right)_0$ - функция распределения относительного касательного напряжения по высоте турбулентного пограничного слоя для классического случая невозмущенного обтекания непроницаемой пластины. Для внутренней подобласти пограничного слоя, где $\left(\frac{\tau}{\tau_{ст}} \right)_0 \approx 1$ функция (5) соответственно переходит в (4).

В логарифмической области пограничного слоя у проницаемой поверхности наблюдается так называемый «обобщенный закон стенки», сформулированный Таунсендом, и выражаемый как:

$$\sqrt{\frac{\rho}{\tau}} \frac{du}{dy} = \frac{\sqrt{\frac{\tau}{\rho}}}{\chi y} \quad (6)$$

Коэффициент пропорциональности χ в данном случае полагается неизменным ввиду консервативности структуры турбулентного пограничного слоя. Впрочем, для градиентных турбулентных пограничных слоёв у проницаемой поверхности многими авторами [5-7] отмечается некоторое повышение коэффициента χ . В первых двух приведенных работах для случая обтекания гладкой поверхности с положительным перепадом давления рекомендуется $\chi = 0,436$. В работе [7]

значение χ определялось исходя из соотношений двузонного пограничного слоя и интегральных характеристик гидродинамических условий промышленного аппарата.

При использовании привычных для пристенной подобласти безразмерных скоростей $\frac{u}{u_*}$ и координат y_* следует произвести преобразование:

$$\sqrt{\frac{\tau}{\rho}} = u_* \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} \sqrt{\frac{\tau}{\tau_{ст}}} \quad (7)$$

Уравнение (5) с учетом (7) может быть переписано в виде:

$$\frac{\tau}{\tau_{ст}} = \left(\frac{\tau}{\tau_{ст}} \right)_0 \left(\frac{v_{ст} \rho_{ст}}{u_* \rho_0} \frac{\Delta U_y}{u_*} + 1 \right) \quad (8)$$

Здесь индекс «0» будет употребляться как к внешнему потоку (вне пограничного слоя) и внешнему потоку при стандартных условиях, так как полагается, что влияние вдува ограничивается лишь областью пограничного слоя.

В дальнейшем для сокращений массовый расход вещества через омываемую поверхность будет обозначаться как $j_{ст} = v_{ст} \rho_{ст}$.

Выражения для турбулентной вязкости в (1) также претерпевают изменения. Для моделей турбулентной вязкости, учитывающих ламинаризацию турбулентных течений вблизи стенки с помощью демпфирующего множителя, на основании (6) и (7) выражение для турбулентной вязкости запишется в следующем виде [11]:

$$\frac{v_{\dot{o}}}{v} = K_D \chi y_* \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} \sqrt{\frac{\tau}{\tau_{н\dot{o}}}} \quad (9)$$

Учитывая успешный опыт авторов [5,6,8] можно полагать, что форма демпфирующего множителя в виде $K_D = [1 - \exp(-y_* / A)]^n$, показавшая наилучшие результаты для простых случаев турбулентного течения может быть применена и для описания обтекания проницаемых поверхностей. В рамках соотношений Таунсенда демпфирующий фактор как функция от y_* запишется в следующем виде:

$$K_D = \left[1 - \exp \left(\frac{-y_* \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} \sqrt{\frac{\tau}{\tau_{\text{н0}}}}}{A} \right) \right]^n \quad (10)$$

Для случая обтекания полупроницаемой пластины турбулентным потоком, исходя из вышеописанного, рекомендуются значения коэффициентов в формуле (10) близкие к турбулентному невозмущенному течению: $n = 3$, $A = 0,41 \div 0,436$ (последнее значение коэффициента A предлагается авторами [6] в функции турбулентной вязкости для течений с совокупным воздействием трех возмущающих факторов: поперечной кривизны обтекаемой поверхности, градиента давления, и вдува).

Поскольку в настоящей работе не ставится целью точное описание гидродинамического пограничного слоя, осложненного различными возмущающими факторами, и ввиду уже указываемой консервативности законов массо- и теплообмена к градиентным возмущениям, очевидно, что для моделирования тепломассообменных процессов в турбулентных пограничных слоях промышленных аппаратов достаточно установить коэффициенты функции демпфирующего множителя лишь для безградиентного течения вдоль полупроницаемой плоской пластины.

Для проверки этой модели были выбраны экспериментальные данные полученные в работах [10,11] как наиболее достоверные. Сравнивались экспериментальные и вычисленные согласно приведенным

выше формулам профили скорости по высоте пограничного слоя. В указанных источниках результаты экспериментов были обработаны в безразмерных координатах $\omega = \frac{u}{U_0}$, $y^{**} = \frac{y}{\delta^{**}}$.

Для приведения расчетных соотношений к безразмерным координатам обработки эксперимента, ω и y^{**} , необходимо преобразовать уравнение (1) и соответственно входящие в него вышеприведённые функции.

Уравнение (1), переписанное в дифференциальном виде:

$$\frac{du}{u_*^2} = \frac{\rho_0 \tau}{\rho \tau_{cr} (v + v_T)} dy \quad (11)$$

В безразмерных координатах ω и y^{**} уравнение (11) выразится в следующем виде:

$$d\omega = \frac{\rho_0 \tau C_f Re^{**}}{\rho \tau_{cr} 2 \left(\frac{v_T}{v} + 1 \right)} dy^{**} \quad (12)$$

Если использовать в (12) функцию относительного трения $\Psi = \frac{C_f}{C_{f0}}$, предложенную авторами [4], то (12) выразится как:

$$d\omega = \frac{\rho_0 \tau \Psi C_{f0} Re^{**}}{\rho \tau_{cr} 2 \left(\frac{v_T}{v} + 1 \right)} dy^{**} \quad (13)$$

Функция относительной турбулентной кинематической вязкости (9) и демпфирующего множителя (10) в этих координатах предстанут соответственно в виде:

$$\frac{v_{\dot{o}}}{v} = K_D \chi y^{**} Re^{**} \sqrt{\Psi \frac{C_{f0}}{2} \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} \sqrt{\frac{\tau}{\tau_{\dot{n}0}}}}, \quad (14)$$

$$K_D = \left[1 - \exp \left(- \frac{y^{**} Re^{**} \sqrt{\Psi \frac{C_{f0}}{2} \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} \sqrt{\frac{\tau}{\tau_{\dot{n}0}}}}}{A^*} \right) \right]^n. \quad (15)$$

Аналогичным образом преобразуется функция распределения относительного касательного напряжения по высоте пограничного слоя. Учитывая, что рассматривается течение вдоль полупроницаемой пластины, на которой выполняется условие прилипания, то есть $\Delta U_y = u - 0$, получится:

$$\frac{\tau}{\tau_{\dot{n}0}} = \left(\frac{\tau}{\tau_{\dot{n}0}} \right)_0 \left(\omega \frac{j_{\dot{n}0}}{\rho_0 U_0} \frac{2}{\Psi C_{f0}} + 1 \right). \quad (16)$$

Безразмерный комплекс $\frac{j_{ст}}{\rho_0 U_0} \frac{2}{C_{f0}}$, характеризующий касательное трение на обтекаемой поверхности, создаваемой вдувом (или отсосом), отнесенное к касательному напряжению на непроницаемой пластине при том же числе Re^{**} , далее будет обозначаться как $b = \frac{j_{ст}}{\rho_0 U_0} \frac{2}{C_{f0}}$.

В качестве функции коэффициента трения при стандартных условиях была использована эмпирическая формула из [6]:

$$C_{f0} = \frac{1}{(4,17 \lg(Re^{**}) + 2,54)^2}. \quad (17)$$

Единственным неопределенным параметром в системе уравнений (13)–(17) является функция относительного трения $\Psi = \frac{C_f}{C_{f0}}$. В работе [9] была предложена аппроксимационная форма закона относительного трения в виде:

$$\Psi = \left(1 - \frac{b}{b_{кр}}\right)^2, \quad (18)$$

где $b_{кр}$ - критическая относительная величина вдува (или отсоса), для которой в непосредственной окрестности стенки, $y^{**} \rightarrow 0$, выполняется равенство $\tau = j\mu$, но закономерности турбулентного пограничного слоя всё еще выполняются. При $b > b_{кр}$ происходит соответственно отрыв потока при вдуве или исчезновение пограничного слоя при отсосе.

В работе [4] были предложены две формулы для нахождения критического значения параметра b при заданном числе Рейнольдса:

$$b_{кр} = 4 \left(1 + 0,83 \left(\text{Re}^{**}\right)^{-0,14}\right), \quad (19)$$

$$b_{кр} = 4 \left(1 + 5,3\psi^{0,35} \left(\text{Re}^{**}\right)^{-0,18}\right). \quad (20)$$

В формуле (20) $\psi = \frac{i_{ст}}{i_0}$ - параметр неизотермичности, в рассматриваемой задаче $\psi = 1$.

На рисунке 1 показано сравнение значений $b_{кр}$, полученных по этим формулам в широком диапазоне чисел Рейнольдса.

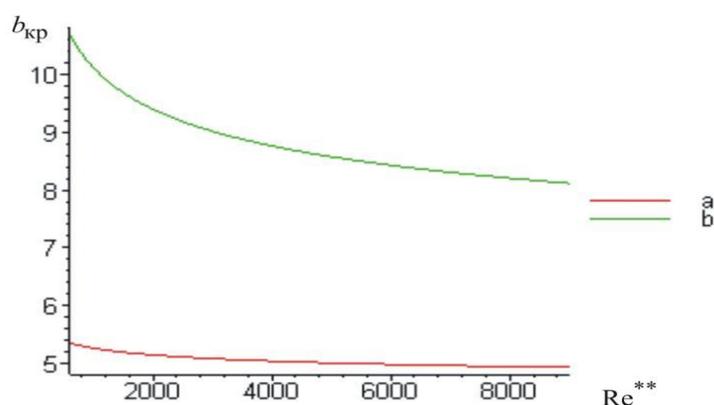


Рисунок 1. Графики функций критических значений параметра вдува. $b = \frac{j_{ст}}{\rho_0 U_0} \frac{2}{C_{f0}}$ от числа Re^{**} соответственно а–(19), б –(20).

Как видно на рисунке 1 наблюдается довольно большое расхождение между этими двумя законами связи $b_{кр}$ и Re^{**} .

Для замыкания представленной модели переноса импульса через турбулентный пограничный слой ниже получена собственная функция $b_{кр}(Re^{**})$. В рамках метода «эквивалентного внутреннего подслоя» в ходе решения делалось допущение $o\left(\frac{\tau}{\tau_{ст}}\right)_0 \approx 1$.

Очевидно, что для точки отрыва пограничного слоя должны соблюдаться условия:

$$\Psi = 0, \omega = 0 \text{ при } y^{**} = 0, \omega = 1 \text{ при } y^{**} = \frac{\delta}{\delta^{**}}. \quad (21)$$

Относительная толщина пограничного слоя находится из решения уравнения:

$$\int_0^{\frac{\delta}{\delta^{**}}} \omega(1-\omega)dy^{**} = 1. \quad (22)$$

Таким образом, нахождение значения $b_{кр}$ для каждого заданного Re^{**} сводится к краевой задаче для обыкновенного дифференциального уравнения (13) и входящих в его состав функций (14)–(17) при условиях (21) и (22).

Задача решалась численными методами в свободно распространяемом пакете Scilab. Поскольку дифференциальное уравнение не является жестким, для его решения был применен стандартный алгоритм Рунге-Кутты-Фельдберга 4-5-го порядка точности, для численного интегрирования использован алгоритм Гаусса-Кронрода. Общий алгоритм вычислений организован следующим образом: задавалось число Рейнольдса Re^{**} , первоначальные значения $b_{кр}$ и $\frac{\delta}{\delta^{**}}$; интегрирование дифференциального уравнения проводилось от верхнего предела (начальные условия - $\omega = 1$ при $y^{**} = \frac{\delta}{\delta^{**}}$), в случае, если получаемый профиль скорости $\omega(y^{**})$ не удовлетворял условию (22) требуемое значение $\frac{\delta}{\delta^{**}}$ искалось путем градиентного приближения до достижения условия $\int_0^{\frac{\delta}{\delta^{**}}} \omega(1-\omega)dy^{**} - 1 < \Delta\left(\frac{\delta}{\delta^{**}}\right)$. Аналогично, если при соблюдении предыдущего условия при заданном $b_{кр}$ не соблюдалось условие $\omega = 0$ при $y^{**} = 0$, подбиралось новое значение $b_{кр}$ до достижения условия $\omega(0) < \Delta(\omega)$ (пересчет $\frac{\delta}{\delta^{**}}$ производился для каждого нового $b_{кр}$). Были выбраны следующие допустимые величины невязки $\Delta\left(\frac{\delta}{\delta^{**}}\right) = 0,05$, $\Delta(\omega) = 0,005$.

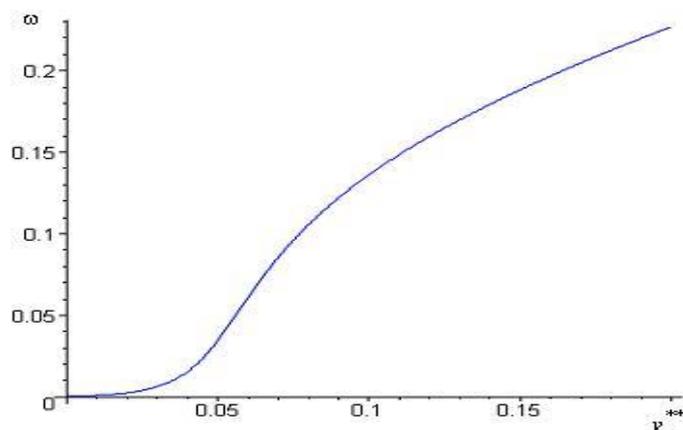


Рисунок 2. Расчетный предотрывный профиль скорости, полученный по уравнениям (13), (21)

В качестве примера на рисунке 2 показан участок расчетной кривой $\omega(y^{**})$ в окрестности стенки. На рисунке 2 виде перегиб профиля скорости характерный для предотрывного состояния. Это является одним из показателей адекватного описания поведения турбулентного пограничного слоя у проницаемой поверхности представленной выше моделью.

Результаты расчетов аппроксимируются формулой:

$$b_{кр} = 4(1 + 2,484 Re^{**(-0,153)}) \quad (23)$$

На рисунке 3 показан график аппроксимирующей зависимости (23) совместно с результатами численного исследования. После полученного результата (функции $b_{кр}(Re^{**})$), можно снова вернуться к задаче проверки модели на предмет соответствия экспериментально полученным профилям скорости.

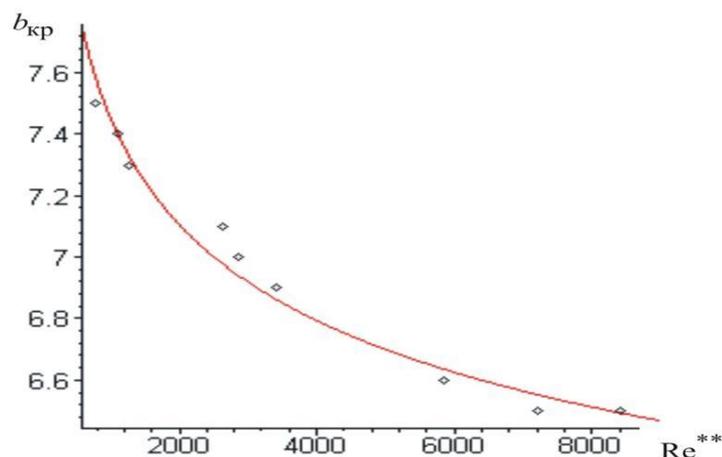


Рисунок 3. График результатов численного исследования краевой задачи (13), (21) (точки) и аппроксимирующей их зависимости (23).

С помощью формулы (23) система уравнений (13)–(18) оказывается замкнутой. Для сравнения в расчет включены выражения для безразмерного критического параметра вдува (19) и (20). Расчет производился для каждой пары b и Re^{**} , указанных работах [10,11]. Начальным условием для (13) было $\omega(0)=0$. Интегрирование производилось до достижения условия (22). Как и в решении, только что рассмотренной краевой задачи для интегрирования обыкновенного дифференциального уравнения использовался алгоритм Рунге-Кутты Фельдберга 4-5-го порядка точности. Численное интегрирование получавшегося профиля скорости (после достижения указанного в экспериментальных данных верхнего уровня) проводилось по двадцатиодноточечному алгоритму Гаусса-Кронрода.

На рисунке 4-8 показаны результаты расчетов профилей скорости по высоте пограничного слоя в безразмерном виде, вычисленные согласно уравнениям (13)–(20), (22), (23), а также экспериментальные данные источников [10] и [11]. Как, видно, приведенные модели уравнения с использованием функции (23) дает наилучшие результаты для всего рассматриваемого диапазона, даже для больших значений $b_{кр}$.

Среднее относительное отклонение находится в пределах 10 %, с учетом довольно сильного разброса экспериментальных точек и характера их получения, это можно считать хорошим согласованием.

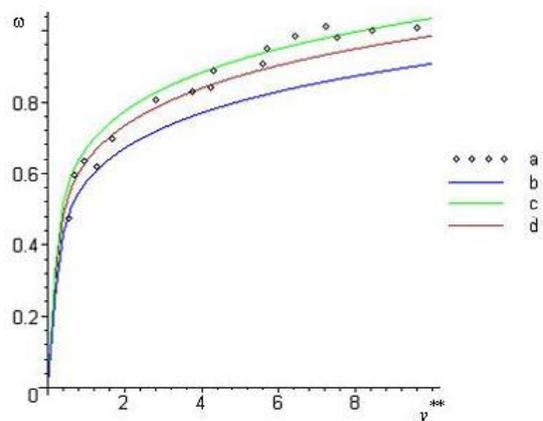


Рисунок 4. Графики распределения относительной скорости по высоте турбулентного пограничного слоя, отнесённой к толщине потери импульса при параметре вдува $b = 1,25$ и числе Рейнольдса $Re^{**} = 777$: а – экспериментальные данные [11]; б – расчет с использованием функции (19); с – расчет с использованием функции (20); д – расчет с использованием функции (23).

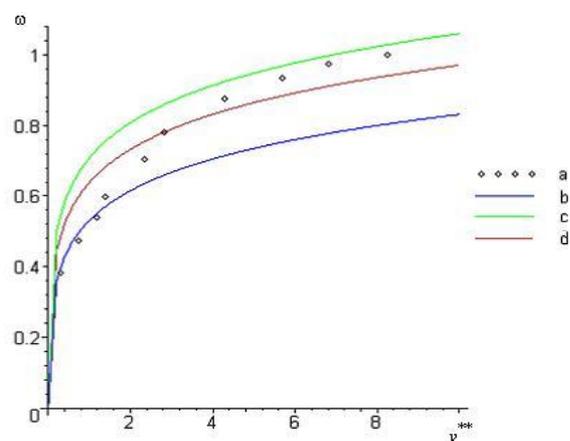


Рисунок 5. Графики распределения относительной скорости по высоте турбулентного пограничного слоя, отнесённой к толщине потери импульса при параметре вдува $b = 2,5$ и числе Рейнольдса $Re^{**} = 7200$: а – экспериментальные данные [11]; б – расчет с использованием функции (19); с – расчет с использованием функции (20); д – расчет с использованием функции (23).

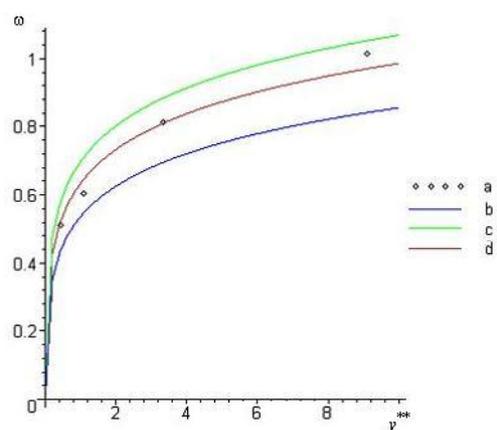


Рисунок 6. Графики распределения относительной скорости по высоте турбулентного пограничного слоя, отнесённой к толщине потери импульса при параметре вдува $b = 2,2$ и числе Рейнольдса $Re^{**} = 2870$: а – экспериментальные данные [10]; б – расчет с использованием функции (19); с – расчет с использованием функции (20); д – расчет с использованием функции (23).

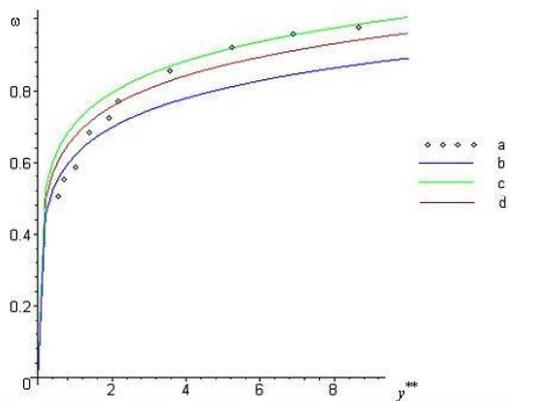


Рисунок 7. Графики распределения относительной скорости по высоте турбулентного пограничного слоя, отнесённой к толщине потери импульса при параметре вдува $b = 1,31$ и числе Рейнольдса $Re^{**} = 5860$: а – экспериментальные данные [10]; б – расчет с использованием функции (19); с – расчет с использованием функции (20); д – расчет с использованием функции (23)

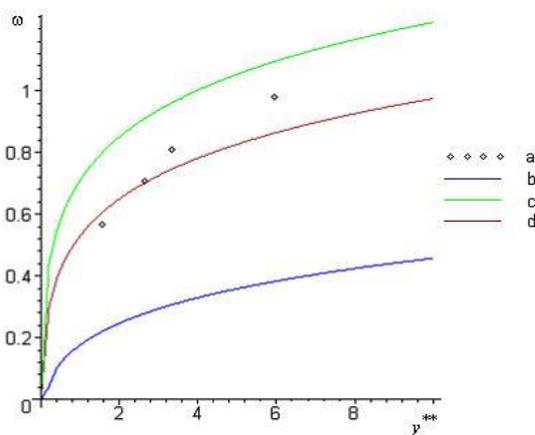


Рисунок 8. Графики распределения относительной скорости по высоте турбулентного пограничного слоя, отнесённой к толщине потери импульса при параметре вдува $b = 4,9$ и числе Рейнольдса $Re^{**} = 3410$: а – экспериментальные данные [11]; б – расчет с использованием функции (19); с – расчет с использованием функции (20); д – расчет с использованием функции (23)

Как показали расчеты для турбулентного пограничного слоя у проницаемой поверхности коэффициент Прандтля-Карамана χ может быть принят таким же как и для классического турбулентного течения у непроницаемой пластины: $\chi = 0,41$. Коэффициенты в функции демпфирующего фактора также могут быть признаны неизменными: $n = 3$, $A = 12$. Впрочем, есть основания полагать, что коэффициент затухания турбулентных пульсаций A может являться функцией от величины вдува (отсоса), и увеличиваться при увеличении b . Однако данный вопрос требует отдельного экспериментального изучения.

ПЕРЕНОС ТЕПЛА И МАССЫ КОМПОНЕНТА

Выше приведен вывод алгебраической модели переноса импульса в турбулентном пограничном слое у проницаемой поверхности.

Аналогичным образом можно получить уравнения переноса теплоты и вещества для обозначенных условий.

Так же как при выводе уравнения (4) (в окрестности $\frac{y}{\delta} = 0$) запишем асимптотическое решение уравнения сохранения энтальпии:

$$j_{ст} \Delta i_y + q_{ст} = q, \quad (24)$$

где $\Delta i_y = i_{ст} - i_y$.

Функция распределения относительной плотности теплового потока по высоте пограничного слоя, от координаты y^* :

$$\frac{q}{q_{ст}} = \left(1 + \frac{j_{ст}}{u_* \rho_0} \frac{u_* \rho_0}{q_{ст}} \Delta i_y \right) \left(\frac{q}{q_{ст}} \right)_0. \quad (25)$$

Величина $\frac{u_* \rho_0}{q_{ст}}$ имеет ту же размерность что и i является аналогом динамической скорости для теплообмена. Очевидно также, что при тепломассообмене с постоянной плотностью ρ член $\frac{j_{ст}}{u_* \rho_0} = \frac{v}{u_*}$.

Коэффициент турбулентной температуропроводности в случае необходимости может быть выражен в форме предложенной Себеси [12] и Мейером и Роттой [13] с учетом закона стенки Таунсенда (6):

$$\frac{a_T}{v} = \chi_q \gamma_* \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} \sqrt{\frac{\tau}{\tau_{ст}}} K_{DT}, \quad (26)$$

где демпфирующий коэффициент определяется из выражения:

$$K_{Dq} = \left[1 - \exp \left(\frac{-y_* \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} \sqrt{\frac{\tau}{\tau_{ст}}}}{A_q^*} \right) \right]^{n_q} \quad (27)$$

Коэффициенты турбулентного обмена теплом можно полагать такими же как и для невозмущенного турбулентного пограничного слоя.

Тогда: $A_q^* = 33,8$, $\chi_q = 0,44$.

Коэффициент теплоотдачи, отнесенный к максимальной разнице энтальпий по высоте пограничного слоя, для обтекания проницаемой пластины может быть выражен в следующей форме:

$$\frac{1}{\alpha_{i\infty}} = \frac{1}{u_* \rho_0} \int_0^{R_{23}} \left(\frac{\frac{q}{q_{ст}} \frac{\rho_0}{\rho} \text{Pr}}{\frac{\text{Pr}}{\text{Pr} + \frac{v_T}{v}}} \right) dy_* \quad (28)$$

где функция $\frac{q}{q_{ст}}$ вычисляется согласно (25).

Для, собственно, массопереноса в пограничном слое балансовое дифференциальное уравнение (при условии размерности концентрации в долях массы – (кг/кг) запишется аналогично (2):

$$\rho u \frac{\partial C}{\partial x} + \rho v \frac{\partial C}{\partial y} = - \frac{\partial j}{\partial y} \quad (29)$$

Откуда массовый поток в окрестности $y=0$ аналогично (4) и (24) можно записать:

$$j_{ст} \Delta C_y + j_{ст} = j \quad (30)$$

После преобразования (30) в безразмерный вид и с сохранением формы выражения относительной плотности потока аналогично (28) и (25) имеем:

$$\frac{j}{j_{ст}} = \left(1 + \frac{j_{ст}}{u_* \rho_0} \frac{u_* \rho_0}{j_{ст}} \Delta C_y \right) \left(\frac{j}{j_{ст}} \right)_0. \quad (31)$$

Множитель $\left(\frac{j}{j_{ст}} \right)_0$ здесь это условная функция (очевидно, что с физической точки зрения выражение $\left(\frac{j}{j_{ст}} \right)_0$ абсурдно), имеющая такой же вид, как и $\left(\frac{q}{q_{ст}} \right)_0$ или $\left(\frac{\tau}{\tau_{ст}} \right)_0$, но использующая в качестве масштабов координат интегральных величин диффузионного пограничного слоя.

Так, например, при использовании в качестве функции относительного потока импульса в невозмущенном турбулентном пограничном слое полинома третьей степени имеем $\left(\frac{\tau}{\tau_{ст}} \right)_0 = 1 - 3 \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 + 2 \left(\frac{y}{\delta} \right)^3$, $\left(\frac{j}{j_{ст}} \right)_0 = 1 - 3 \left(\frac{y}{\delta_D} \right)^2 + 2 \left(\frac{y}{\delta_D} \right)^3$, где δ_D равно толщине диффузионного пограничного слоя для рассматриваемой задачи (течение у полупроницаемой пластины).

И соответственно коэффициент турбулентной диффузии может быть выражен аналогично (9):

$$\frac{D_T}{\nu} = \chi_j y_* \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} \sqrt{\frac{\tau}{\tau_{ст}}} K_{Dj}. \quad (32)$$

В литературе не удалось найти упоминаний об экспериментальном исследовании величины коэффициента χ_j ; однако, на основании сходных

закономерностей изменения температуры и концентрации по высоте турбулентного пограничного слоя к возмущающим факторам, а также тесной связи между турбулентным переносом массы и теплоты можно полагать $\chi_j = \chi_q$ и $K_{Dj} = K_{Dq}$.

Наконец, интегральное уравнение для определения коэффициента массоотдачи в турбулентном пограничном слое:

$$\frac{1}{\beta_\infty} = \frac{1}{u_*} \int_0^{R_{23}} \left(\frac{j}{Sc} \frac{\rho_0}{Sc_T + \frac{v_T}{v}} \right) dy_* \quad (33)$$

В тех случаях, когда вместо интегральных коэффициентов совокупного переноса через пограничный слой, отнесенных к максимальной движущей силе, β_∞ , α_∞ , γ_∞ , используются коэффициенты, отнесенные к осредненной по высоте пограничного слоя, движущей силе, β_{cp} , α_{cp} , γ_{cp} , вместо ρ_0 можно использовать ρ_{cp} . Ввиду использования в уравнениях (1), (28) и (33) относительных величин возможна механическая замена ρ_0 на ρ_{cp} при условии, что и динамическая скорость будет также отнесена к осредненной по высоте пограничного слоя плотности среды - $u_* = \sqrt{\tau_{ct} / \rho_{cp}}$.

Предложенные выражения для турбулентной температуропроводности и коэффициента диффузии могут давать в среднем по пограничному слою значение $Pr_0 = Sc_0 = 1 \div 1,2$.

Окончательно система уравнений для расчета характеристик теплообмена в пограничном слое запишется в следующем виде:

$$\frac{u_*}{\gamma_\infty} = \int_0^{R_{23}} \frac{\rho_0 \tau}{\rho \tau_{ст} + \frac{v_T}{v}} dy_*; \quad (34)$$

$$\frac{u_*}{\beta_\infty} = \int_0^{R_{23}} \left(\frac{\frac{j}{Sc} \frac{\rho_0}{Sc}}{\frac{j_{ст}}{Sc} \frac{\rho}{Sc} + \frac{v_T}{v}} \right) dy_*; \quad (35)$$

$$\frac{u_*}{\beta_\infty} = \int_0^{R_{23}} \left(\frac{\frac{j}{Sc} \frac{\rho_0}{Sc}}{\frac{j_{ст}}{Sc} \frac{\rho}{Sc} + \frac{v_T}{v}} \right) dy_*; \quad (36)$$

Порядок решения может быть построен следующим образом:

1) задается массив первоначального распределения безразмерных величин $\frac{u_* \rho_0}{q_{ст}} \Delta i_y$ и $\frac{u_* \rho_0}{j_{ст}} \Delta c_y$ по высоте пограничного слоя, вычисляются, в первом приближении, относительные плотности переноса тепла и массы:

$$\frac{q_{ст}}{u_* \rho_0}, \frac{j_{ст}}{u_* \rho_0};$$

2) из уравнения (34) находится распределение безразмерной разности скоростей по высоте пограничного слоя - $\frac{\Delta u_y}{u_*}$ и толщина эквивалентного пограничного слоя - R_{23} ;

3) итерационно решается уравнение (35) до достижения сходимости по параметру $\frac{j_{ст}}{u_* \rho_0}$, в результате вычисляются массив распределения безразмерной концентрации - $\frac{u_* \rho_0}{j_{ст}} \Delta c_y$ и относительный параметр вдува

$$\text{(отсоса)} - \frac{j_{ст}}{u_* \rho_0};$$

4) проводится итерационная процедура из пунктов 2 и 3 до достижения сходимости по величине R_{23} , в результате уточняются профили $\frac{\Delta u_y}{u_*}$ и $\frac{u_* \rho_0}{j_{ст}} \Delta c_y$, а также безразмерный параметр вдува $\frac{j_{ст}}{u_* \rho_0}$;

5) решается уравнение (36), в результате чего определяется профиль безразмерной энтальпии по высоте пограничного слоя - $\frac{u_* \rho_0}{q_{ст}} \Delta i_y$ и относительной плотности потока теплоты через поверхность раздела - $\frac{q_{ст}}{u_* \rho_0}$.

6) В случае если учитывается неизотермичность по высоте пограничного слоя, расчет проводится повторно с пункта 2 до уменьшения невязки по параметру $\frac{q_{ст}}{u_* \rho_0}$ до приемлемого уровня.

Первоначальное приближение в пункте 1 не обязательно, и призвано лишь, ускорить сходимость итерационной процедуры. Рекомендуется в качестве первого приближения расчетных профилей использовать форму гидродинамической аналогии предложенной в [14]. Следует все же отметить, что полное сведение задачи расчета переноса в пограничном слое к интегрально-параметрическому виду нежелательно виду неизбежного ограничения области применения полученных таким образом формул. В качестве первоначального приближения коэффициента массоотдачи рекомендуется использовать классическую форму гидродинамической аналогии Чильторна и Кольборна [1,2].

Для решения системы уравнений (34)-(36) использовался алгоритм Рунге-Кутты Фельдберга 4-5-го порядка точности.

Ход решения является итерационным и организован следующим образом: задается поток массы через границу раздела. На основании данных о коэффициенте гидравлического сопротивления из решения интегрального уравнения определяется эквивалентная толщина

пристенного пограничного слоя R_{2y} , по ее значению определяется коэффициент массоотдачи. В случае, если полученное в результате вычисления значение поперечного потока вещества значительно отличается от заданного повторяют вычисление. Коэффициент теплоотдачи вычисляется в последнюю очередь по результатам итерации с полученными значениями R_{2y} и $\frac{\beta_\infty}{u_*}$. Однако, если существует необходимость в учете неизотермичности, то в итерационный цикл должно включаться и уравнение для теплоотдачи.

УЧЕТ ВОЗМУЩАЮЩИХ ФАКТОРОВ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Показанная модель переноса в пограничном слое не учитывает факторы вносящие возмущение в пограничный слой. В частности в работе [1] указывается на возможность подвижной межфазной поверхности, которая может быть фактором возмущения в пограничный слой. Там же предлагается метод учета этого возмущения в рамках развиваемого эквивалентного вязкого подслоя. В рамках данной модели расчета (которая вообще является частью общей концепции предложенной авторами [1,7,15]) приводиться подобный метод, сводящийся к выше названному [1] при $R_{2y} \rightarrow R_{1y}$.

Используемая здесь функция турбулентной вязкости записана в следующем виде:

$$\frac{\nu_T}{\nu} = \chi y_* \left(1 - \exp(-y_* / A^*)\right)^n. \quad (37)$$

При использовании ее в рамках предлагаемого метода должно выполняться условие:

$$\alpha_{\infty} = \frac{u_* \rho C_p}{\int_0^{R_2 y} \left(\frac{\text{Pr}_0}{\text{Pr} + \frac{v_0}{v}} \right) dy_*} \tilde{N} \text{Pr}^{\frac{1-m}{m}} \quad (38)$$

При числах Прандтля много больше единицы, когда все сопротивление теплоотдачи практически полностью сосредоточено в вязком подслое гидродинамического пограничного слоя, можно утверждать, что степень m определяется из соотношения:

$$\frac{v_{\tau}}{v} = \chi y_* \left(1 - \exp(-y_* / A^*) \right)^n \rightarrow \frac{\vartheta_0 \delta_1}{v} \left(\frac{y}{\delta_1} \right)^m, \quad (39)$$

при $y \rightarrow 0$,

где ϑ_0 - скорость турбулентных пульсаций.

Разложив функцию (37) в ряд Тейлора по переменной y_* в окрестности нуля, получим:

$$\frac{v_{\tau}}{v} \approx \frac{\chi y_*^{n+1}}{A^n} - \frac{n \chi y_*^{n+2}}{2A^{n+1}} + \frac{\chi y_*^{n+3} (3n^2 + n)}{24A^{n+2}} - \frac{\chi y_*^{n+4} (n^3 + n^2)}{48A^{n+3}} + O(y^5).$$

Таким образом, с точностью до члена порядка $O(y_*^2)$ степень n в уравнениях (38) и (37) может быть определена из приближенного равенства:

$$\frac{\vartheta_0 \delta_1}{v} \left(\frac{y}{\delta_1} \right)^m = \frac{\chi y_*^{n+1}}{A^n}.$$

Как показывают расчеты, основное влияние на степень m в формулах (38) и (39) при использовании (37) оказывает степень n . Коэффициент A в

большей степени влияет на значение суммарной толщины вязкого и

переходного подслоя, $R_1' = \frac{\delta_1' u_*}{\nu}$:

$$\frac{v_T}{\nu} = \chi y_* \left(1 - \exp(-R_1' / A^*)\right)^m + O\chi y_* \approx \chi y_*$$

где O – невязка выраженная в доле от произведения χy_* .
Необходимость ее введения вызвана асимптотическим характером функции демпфирующего множителя при χy_* .

Нахождение второго коэффициента демпфирующего фактора в (37) возможно из условия консервативности длины пути смещения к возмущающим воздействиям показанному Кутателадзе С.С. [4]. Иными словами, в расчетах предлагается руководствоваться гипотезой, что все действие возмущающих факторов ограничивается изменением толщины вязкого подслоя. В алгебраических моделях турбулентности такие условия реализуются путем изменения коэффициента B [1,4] в профиле скорости в логарифмической области:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\chi} \ln y_* + B. \tag{40}$$

Очевидно, что

$$B = \int_0^{R_1'} \left(\frac{1}{1 + \frac{v_T}{\nu}} \right) dy_* - \frac{1}{\chi} \ln R_1' \tag{41}$$

В приближении эквивалентного внутреннего (логарифмического) подслоя можно также записать:

$$\frac{U}{u_*} = \frac{1}{\sqrt{C_f / 2}} = \frac{1}{\chi} \ln R_{23} + B \quad (42)$$

и для течения осложненного возмущающими факторами:

$$\frac{U^0}{u_*^0} = \frac{1}{\sqrt{C_f^0 / 2}} = \frac{1}{\chi} \ln R_{23}^0 + B^0. \quad (43)$$

Из описанных выше условий, в логарифмической области функция дефицита скорости, отнесенная к соответствующей динамической скорости должна быть инвариантна к возмущающим факторам:

$$\frac{U - u}{u_*} = -\frac{1}{\chi} \ln \left(\frac{y_*}{R_{23}} \right) = -\frac{1}{\chi} \ln \left(\frac{y_*}{R_{23}^0} \right). \quad (44)$$

Тогда для любой безразмерной координаты $y_* = l_*$, отвечающей требованиям $\max \{ R_1', R_1^0 \} < l_* < \min \{ R_2, R_2^0 \}$, справедливо равенство:

$$-\frac{1}{\chi} \ln \left(\frac{l_*}{R_{23}} \right) = \frac{1}{\sqrt{C_f^0 / 2}} - \frac{1}{\chi} \ln (l_*) + \frac{1}{\chi} \ln R_1^0 - \int_0^{R_1^0} \left(\frac{1}{1 + \frac{v_T}{v}} \right) dy_*. \quad (45)$$

Уравнение (45) относительно R_1^0 является нелинейным и может быть решено только численно.

Граница вязкой и переходной области гидродинамического пограничного слоя (в том числе и в озмущенного, R^0) в свою очередь может быть выражена как:

$$K_{\Phi} = A \ln \left(O^{\frac{1}{n}} \right). \quad (46)$$

Откуда, задаваясь погрешностью O можно при известном n вычислить коэффициент A .

Проверка на модели невозмущенного течения показала, что влияние коэффициента O на значение A может практически не приниматься во внимание при $O \leq 10^{-7}$.

ПРОВЕРКА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В качестве проверки адекватности модели применительно к описанию массопереноса в газовой фазе при движении совместно со стекающей пленкой жидкости проведено сравнение с критериальными формулами полученных различными авторами в формах:

$$Sh = A Re_G^m Sc^n, \quad (47)$$

$$Sh = \frac{\lambda}{8} Re_G Sc^n. \quad (48)$$

Здесь $Re_G = \frac{\bar{u}d}{\nu_G}$ - число Рейнольдса газа, вычисляемое по эквивалентному диаметру и осредненной по поперечному сечению скорости.

Коэффициенты в формулах (47) и (48) указаны в таблице 1.

Также для сравнения использовалась формула, полученная авторами [1,7] на основании – модели диффузионного пограничного слоя:

$$\text{Sh} = \frac{6\sqrt{3} \text{Sc} (R_1 \text{Sc})^{-2/3} \text{Re}_G \sqrt{\frac{\xi}{8}}}{\sqrt{3} \ln \left(\frac{((R_1 \text{Sc})^{-1/3} + 1)^2}{(R_1 \text{Sc})^{-1/3} ((R_1 \text{Sc})^{-1/3} - 1) + 1} \right) + 6 \arctg \left(\frac{2 - (R_1 \text{Sc})^{-1/3}}{(R_1 \text{Sc})^{-1/3} \sqrt{3}} \right) + \pi}, \quad (49)$$

где эффективную толщину вязкого подслоя пограничного слоя R_1 можно найти из того же уравнения (49) при $\text{Sc} = 1$, учитывая, что в этом случае будет справедливо равенство: $\frac{\text{Sh}}{\text{Sc Re}_G} = \frac{\xi}{8}$. $\xi = 8 \left(\frac{u_*}{u} \right)^2$ - коэффициент трения для закона перепада давления Вейсбаха-Дарси.

Моделировалась ситуация слабого противоточного взаимодействия потока газа в трубе внутренним диаметром $d = 27$ мм и длиной $L = 5$ м, с пленкой воды, стекающей по внутренней поверхности трубы. Число Рейнольдса пленочного течения $\text{Re}_L = 13300$. Число Рейнольдса газа (по средней скорости в свободном сечении) варьировалась в диапазоне $\text{Re}_G = 400 \div 16482$.

Толщина пленки воды с учетом поперечной кривизны канала рассчитывалась по уравнению, полученному в [27]:

$$\frac{\text{Re}_L}{4} (B)^{-3/2} + 2,7 = 5,419 + 2,5 \ln \left((B)^{3/2} - 7,5 \right). \quad (50)$$

где $B = \frac{\delta_{\text{п}}}{\vartheta} \left(1 - \frac{\delta_{\text{п}}}{d} \right)$; $\vartheta = \sqrt[3]{\frac{v_L^2}{g}}$.

Коэффициент сопротивления для газовой фазы вычислялся по зависимости [26]:

$$\xi = \frac{\left(0,11 + 0,9 \left(\frac{\bar{w} \mu_L}{\sigma_L} \right)^{2/3} \right)}{\left(\frac{d(\bar{u} - \bar{w})}{v_G} \right)^{0,16}} \quad (51)$$

Число Рейнольдса пленочного течения:

$$Re_L = \frac{4\Gamma}{v_L} = \frac{4\delta_n \bar{w} (1 - \delta_n / d)}{v_L} \quad (52)$$

На рисунке 9 и 10 показаны графики зависимостей числа Шервуда $\left(Sh = \frac{\beta d}{D} \right)$ в газовой фазе от числа Рейнольдса на основе средней скорости в свободном сечении канала - Re_G при числах Шмидта $Sc=0,5$ и $Sc=10$ соответственно. Расчеты осуществлялись при использовании в критериальных формулах числа Рейнольдса по абсолютной скорости газа - Re_G . Для уравнений, основанных на гидродинамической аналогии, расчет диффузионного числа Стантона также осуществлялся на основе Re_G . Такой метод анализа зависимостей по массообмену, показанный в [26] позволяет унифицировать данные, полученные в опытах при противоточном и прямоточном движении фаз.

Движущая сила массопереноса последовательно принималась равной значениям $\Delta \tilde{N} = 1$ кг/кг, $\Delta \tilde{N} = 0,1$ кг/кг и $\Delta \tilde{N} = 0,01$ кг/кг; условные обозначения кривых, соответствующих результатам представленной модели при этих разностях концентраций: $l(a)$, $l(b)$ и $l(c)$.

Таблица 1. ДАННЫЕ ПО ФОРМУЛАМ ДЛЯ ФОРМУЛ (47) И (48).

№	Форма уравнения	A	m	n	Литература	Усл. обозн. на рис. 9 и 10
1	(47)	0,023	0,83	0,44	16	a
2	(47)	0,026	0,83	0,33	17	b
3	(47)	0,03	0,8	0,33	18	c
4	(47)	$0,0445 \left(\frac{L}{d} \right)^{-0,066}$	0,75	0,63	19	d
5	(47)	0,0208	0,8	0,44	20	e
6	(47)	0,025	0,8	0,33	12,1	f

7	(47)	0,033	0,77	0,33	22	<i>g</i>
8	(47)	0,023	0,8	0,4	23	<i>h</i>
9	(48)	-	-	0,33	24	<i>i</i>
10	(48)	-	-	0,33	25	<i>j</i>
11	(4)	-	-	0,33	14	<i>k</i>

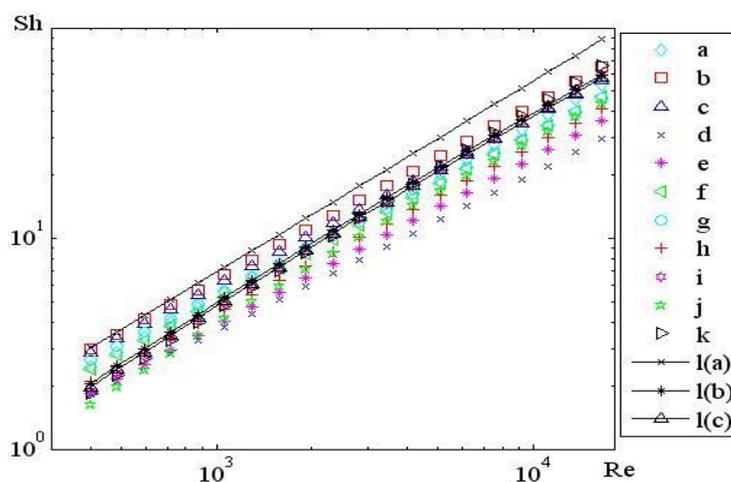


Рисунок 9. Сравнительный график зависимостей числа Шервуда от числа Рейнольдса газовой фазы, полученных по формулам различных авторов при $Sc = 0,5$; условные обозначения: *a-k* – формулы, (48) и (49), см. табл. 1., *l(a)*, и *l(c)* расчет по модели при $\Delta\tilde{N}=1$ кг/кг, $\Delta\tilde{N}=0,1$ кг/кг и $\Delta\tilde{N}=0,01$ кг/кг

соответственно.

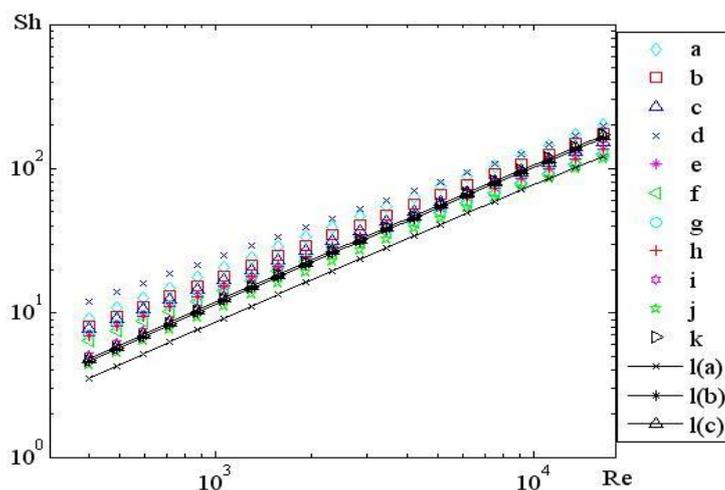


Рисунок 10. Сравнительный график зависимостей числа Шервуда от числа Рейнольдса газовой фазы, полученных по формулам различных авторов при $Sc = 10$; условные обозначения: *a-k* – формулы (47)-(49), см. табл. 1, *l(a)*, *l(b)* и *l(c)* расчет по модели при $\Delta\tilde{N}=1$ кг/кг, $\Delta\tilde{N}=0,1$ кг/кг и $\Delta\tilde{N}=0,01$ кг/кг соответственно.

Как видно на рисунке 9 и рисунке 10, в целом можно говорить о удовлетворительном согласовании полученной модели с данными других авторов во всем интервале практически значимых чисел Шмидта. Наблюдаемый довольно большой разброс результатов используемых формул, по всей видимости, связан с различными условиями проведения экспериментов. Наилучшее совпадение результатов при малых значениях движущих сил переноса приходится на различные формы гидродинамической аналогии между трением и массоотдачей (уравнения (48) и (49)). Практически важно, хорошее совпадение с результатами авторов [1, 23], чьи формулы часто рекомендуются для практических инженерных расчетов [16,26]. Влияние разности концентраций долгое время остается незначительной и лишь при сравнительно больших значениях сказывается на результатах.

В качестве проверки при моделировании тепломассообмена в насадочном слое проводилось сравнение коэффициентов массоотдачи, полученных экспериментально при испытании макета вентиляторной градирни с сетчатыми насадками [25].

Экспериментальный макет представлял собой цилиндрическую трубу диаметром 0,211 м, заполненную 18-ю цилиндрическими блоками сетчатой насадки на высоту 0,4 м. Осуществлялось противоточное движение фаз. Вода с помощью форсунки подавалась сверху навстречу потоку охлаждающего воздуха. Скорость воздуха (на полное сечение макета) варьировалась в диапазоне 0,72 - 1,07 м/с; плотность орошения 7,61 м³/ м² ·ч; температура воздуха изменялась в диапазоне 26-28 °С; температура воды - 28 – 40 °С.

Коэффициент переноса импульса относительно среднерасходной скорости применительно к данной задаче можно выразить через коэффициент сопротивления насадки: $\gamma = \frac{\xi}{8} \bar{u}$.

Средняя расходная скорость воздуха в свободном сечении мокрой насадки - $\bar{u} = \frac{G_{\hat{a}i\phi}}{\rho_{\hat{a}i\phi}(V_{\hat{n}a} - \epsilon_{\text{ж}})}$. Удерживающая способность насадки $\epsilon_{\text{ж}}$ может

быть найдена из двух допущений о пленочном течении воды, и о полной равномерной смачиваемости всей поверхности насадки стекающей жидкостью. В этом случае $\epsilon = a\delta$, где толщину пленки можно найти

$$\bar{w} = \frac{1}{3} A_r \frac{g}{v_L} \delta_i^2 k_a^2.$$

Коэффициент сопротивления для потока воздуха вычислен с использованием зависимости (51).

На рисунке 11 показано сравнение значений коэффициента массоотдачи представленной модели с экспериментальными данными.

Расчетные значения удовлетворительно согласуются с экспериментом (с максимальным отклонением в 12%), однако, лежат ниже. Это очевидно вызвано влиянием допущений сделанных при разработке модели: полностью пленочное равномерное течение на всем рассматриваемом участке; коэффициент активности поверхности насадки близок к единице.

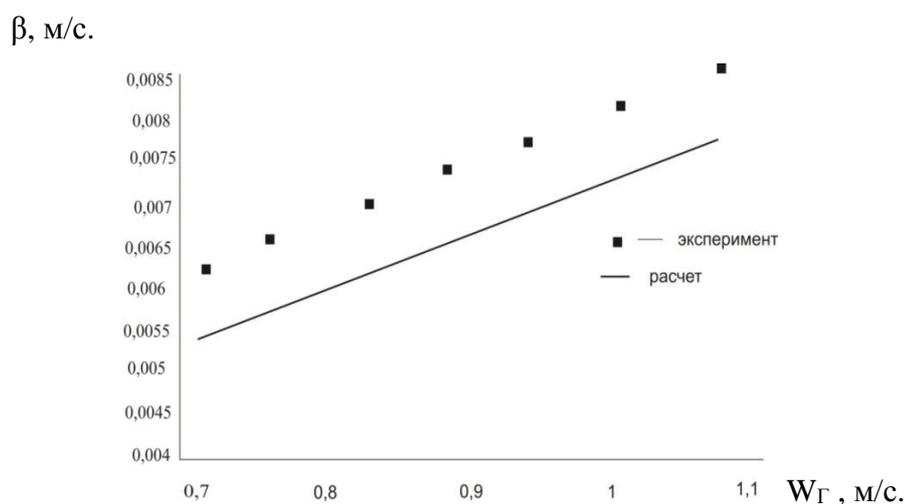


Рисунок 11. Сравнительный график расчетов с экспериментом.

Как показали расчеты, сделанные допущения могут применяться лишь при относительно высоких плотностях орошения и нагрузках по газу ниже точки подвисяния. Так при понижении нагрузки по воде до $4,93 \text{ м}^3/\text{м}^2 \cdot \text{ч}$ существенно нарушается качественное согласование модели с экспериментом. Это может косвенно свидетельствовать о значительной неравномерности обтекания поверхности насадки при низких плотностях орошения и, как следствие, большом снижении коэффициента активности поверхности насадки.

Тем не менее полученные результаты свидетельствуют о возможности применения принципов гидродинамической аналогии к описанию тепломассообменных процессов в градирнях.

Список условных обозначений:

b – безразмерный параметр вдува;

$b_{\text{кр}}$ – безразмерный параметр вдува в критическом, предотрывном, состоянии турбулентного пограничного слоя;

c – концентрация, кг/кг;

d – внутренний диаметр трубы, м;

D – коэффициент диффузии, $\text{м}^2/\text{с}$;

g – коэффициент ускорения свободного падения, $\text{м}/\text{с}^2$;

i – удельная энтальпия, Дж/кг;

j – плотность потока массы поперек пограничного слоя, $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$;

L – длина трубы, м;

q – плотность потока тепла поперек пограничного слоя, $\text{Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$;

R_1 – эффективная высота вязкого диффузионного подслоя турбулентного пограничного слоя, в координатах «закона стенки»;

$R_{2\varepsilon}$ – эффективная высота турбулентного пограничного слоя, в координатах «закона стенки»;

u – продольная составляющая скорости потока (вдоль координаты x) газовой фазы, м/с;

\bar{u} – осредненная по поперечному потоку продольная составляющая скорости, м/с;

U_0 – продольная составляющая скорости на внешней границе пограничного слоя газовой фазы, м/с;

$u_* = \sqrt{\tau_{\text{СТ}} / \rho_0}$ – динамическая скорость, м/с;

\bar{w} – осредненная скорость движения пленки жидкости, м/с;

y – координата по высоте пограничного слоя, м;

$y_* = \frac{y u_*}{\nu}$ - безразмерная координата по высоте пограничного слоя (в масштабах «закона стенки»);

$y^{**} = \frac{y}{\delta^{**}}$ - безразмерная координата по высоте пограничного слоя, отнесенная к высоте потери импульса;

α_i - коэффициент теплоотдачи (переноса теплоты), отнесенный к максимальной по высоте пограничного слоя разности энтальпий, $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$

β - коэффициент массоотдачи (переноса массы), $\text{м}/\text{с}$;

γ - коэффициент переноса импульса, $\text{м}/\text{с}$;

Γ - линейная плотность орошения (объемный расход жидкости на единицу омываемого периметра), $\text{м}^2/\text{с}$;

χ - коэффициент турбулентности Прандтля-Кармана;

$\Delta c_y, \Delta i_y, \Delta u_y$ - функции движущих сил переноса (разности концентраций, энтальпий и скоростей соответственно) между границей раздела фаз и текущей координатой по высоте пограничного слоя, $[\text{кг}/\text{кг}, \text{Дж}/\text{кг}, \text{м}/\text{с}]$;

ΔC - максимальная по высоте пограничного слоя движущая сила массопереноса (разность концентраций), $\text{кг}/\text{кг}$;

δ - толщина динамического пограничного слоя, м ;

δ^{**} - высота потери импульса в пограничном слое, м ;

δ_{23} - эффективная толщина турбулентного пограничного слоя, м ;

δ_{Π} - осредненная толщина стекающей пленки жидкости, м ;

ϑ - приведенная толщина пленки жидкости, м ;

$\lambda = 8 \left(\frac{u_*}{\bar{u}} \right)^2$ - коэффициент трения для закона перепада давления Вейсбаха-Дарси;

μ - коэффициент динамической вязкости, $\text{Па} \cdot \text{с}$;

ν - коэффициент кинематической вязкости, $\text{м}^2/\text{с}$;

ρ - плотность, $\text{м}^3/\text{ч}$;

σ_L - коэффициент поверхностного натяжения, $\text{Н}/\text{м}$;

τ - напряжение касательного трения (плотность потока импульса поперек пограничного слоя), $\text{Н}/\text{м}^2$;

$\omega = \frac{u}{U_0}$ - относительная скорость газовой фазы в пограничном слое;

$\psi = \frac{C_f}{C_{f0}}$ - коэффициент относительного трения;

$C_f = 2 \left(\frac{u_*}{U_0} \right)^2$;

Pr - число Прандтля.

Список использованной литературы:

1. Лаптев А.Г. Модели пограничного слоя и расчет тепломассообменных процессов. - Казань: Изд-во Казанск. гос. ун-та, 2007.
2. Александров А.И. Массопередача при ректификации абсорбции многокомпонентной смесей. Л., «Химия», 1975
3. Долгов А. Н., А.Г. Лаптев Математическая модель дегазации в насадочных аппаратах. // Изв. ВУЗов. Проблемы энергетики. №5-6. 2012.
4. Кутателадзе С.С., Леонтьев А.И. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое - 2-е изд., перераб. - М.: Энергоатомиздат, 1985.
5. Патанкар С.В., Сполдинг Д.Б. Тепло- и массообмен в пограничных слоях / пер. Лыков А.В. - М.: Энергия, 1971.
6. Гарбарук А.В. Л.Ю.В., Стрелец М.Х. Турбулентный пограничный слой при одновременном влиянии продольного градиента давления, вдува (отсоса) и поперечной кривизны поверхности // Теплофизика высоких температур. 2002. Том 40. N № 3. с. 436-442.
7. Дьяконов С.Г., Елизаров В.И., Лаптев А.Г. Теоретические основы и моделирование процессов разделения веществ. - Казань: Изд-во Казанского университета, 1993.
8. Гарбарук А.В., Лапин Ю.В., Стрелец М.Х. Простая алгебраическая модель турбулентности для расчета турбулентного пограничного слоя положительным перепадом давления // Теплофизика высоких температур. 1999. Т. 37. № 1. с. 87-91.
9. Squire H.B., Young A.D. The calculation of the profile drag of aerofoils. R. & M. No. 1838, British A.R.C., 1938.
10. Леонтьев А.И., Миронов Б.П., Луговский П.П. Экспериментальное определение критического параметра вдува на пористой пластине // Инженерно-физический журнал. 1966. Том 10. N № 4. с. 447-451.
11. Кутателадзе С.С., Леонтьев А.И. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. - М.: Энергия, 1972.
12. Себеси Т. Метод расчета коэффициента турбулентной теплопроводности и турбулентного числа Прандтля // Теплопередача. 1973. Том 95. N № 2.
13. Мейером и Роттой .
14. Лаптев А.Г., Саитбаталов М.В. Аналогия переноса импульса, массы и теплоты в насадочных элементах градирен// Изв. Вузов. Проблемы энергетики, 2009,-№1-2,- С.140-144.
15. Gilliland E.R., Sherwood T.K. Diffusion of Vapors into Air Streams // Ind. Eng. Chem. 1934. v. 26. NN 5. 516-523.\
16. Войнов Н.А., Николаев Н.А. Пленочные трубчатые газожидкостные реакторы (гидродинамика тепло и массообмен). - Казань: "Отечество", 2008.
17. Van_Krevelen D.W., Hoftijzer P.J. Studies of gas absorption // Rec. Trav. Chim. 1949. v. 68. N N 4. p. 221-223.
18. Кузнецов М.Д. Определение коэффициентов скорости абсорбции по методу подобия // Журнал прикладной химии 1948. т. 26. N 1. с. 48-57.
19. Турхан Э.Я., Жиделева К.П. Скорость абсорбции-десорбции паров воды и теплопередача в системе газ - серная кислота // Хим. пром. 1946. 11. N с. 6-9.

20. Barnet W.I., Kobe K.A. Heat and Vapor Transfer in a Wetted-Wall Tower // *Ind. Eng. Chem.* 1941. v. 33. N 33. p. 436-442.
21. Johnstone H.F., Pigford R.L. Distillation in a Wetted Wall Column. // *Trans. Am. Inst. Chem.* 1942. v. 38. N 1. p. 25—51.
22. Жаворонков Н.М., Малюсов В.А. Исследование гидродинамики и массопередачи в процессах абсорбции и ректификации при высоких скоростях потоков // *Теор. основы хим. технологии.* 1967. т. 1. N 5. с. 562–577.
23. Дытнерский Ю.И., Борисов Г.С. Исследование массообмена в жидкой фазе // *Процессы хим. технол. (Гидродинамика, тепло- и массопередача)* / Под ред. М.Е. Позина. – М.: Наука, 1965. – С. 266-270.
24. Олевский В.М. Пленочная тепло- и массообменная аппаратура/ под. ред. Олевского Под . ред. В. М. - М.: Химия, 1988.
25. Лаптев А.Г., Ведьгаева И.А. Устройство и расчет промышленных градирен. - Казань: Изд-во КГЭУ, 2004.
26. Рамм В.М. Абсорбция газов. Изд. 2-е, переработ, и доп. - М.: Химия, 1976.
27. Лаптев А.Г., Бажиров Т.С., Саитбаталов М.В. Модель гидродинамических характеристик пленочного течения // *Вестник Казанского государственного энергетического университета* 2010. №3 – С. 18-23

References

1. Laptev A.G. Modeli pograničnogo sloja i raschet teplomassoobmennyh processov. - Kazan': Izd-vo Kazansk. gos. un-ta, 2007.
2. Aleksandrov A.I. Massoperedacha pri rektifikacii absorbcii mnogokomponentnoj smesej. L., «Himija», 1975
3. Dolgov A. N., A.G. Laptev Matematičeskaja model' degazacii v nasadočnyh apparatah. // *Izv. VUZov. Problemy jenergetiki.* №5-6. 2012.
4. Kutateladze S.S., Leont'ev A.I. Teplomassoobmen i trenie v turbulentnom pograničnom sloe - 2-e izd., pererab. - M.: Jenergoatomizdat, 1985.
5. Patankar S.V., Spolding D.B. Teplo- i massooobmen v pograničnyh slojah / per. Lykov A.V. - M.: Jenergija, 1971.
6. Garbaruk A.V. L.Ju.V., Strelec M.H. Turbulentnyj pograničnyj sloj pri odnovenennom vlijanii prodol'nogo gradienta davlenija, vduva (otsosa) i poperečnoj krivizny poverhnosti // *Teplofizika vysokih temperatur.* 2002. Tom 40. N № 3. s. 436-442.
7. D'jakonov S.G., Elizarov V.I., Laptev A.G. Teoreticheskie osnovy i modelirovanie processov razdelenija veshhestv. - Kazan': Izd-vo Kazanskogo universiteta, 1993.
8. Garbaruk A.V., Lapin Ju.V., Strelec M.H. Prostaja algebraičeskaja model' turbulentnosti dlja rasčeta turbulentnogo pograničnogo sloja položitel'nym perepadom davlenija // *Teplofizika vysokih temperatur.* 1999. T. 37. № 1. s. 87-91.
9. Squire H.B., Young A.D. The calculation of the profile drag of aerofoils. R. & M. No. 1838, British A.R.C., 1938.
10. Leon'tev A.I., Mironov B.P., Lugovskij P.P. Jeksperimental'noe opredelenie kritičeskogo parametra vduva na poristoj plastine // *Inženerno-fizičeskij zhurnal.* 1966. Tom 10. N № 4. s. 447-451.
11. Kutateladze S.S., Leon'tev A.I. Teplomassoobmen i trenie v turbulentnom pograničnom sloe. - M.: Jenergija, 1972.
12. Sebesi T. Metod rasčeta koeficienta turbulentnoj teploprovodnosti i turbulentnogo čisla Prandtlja // *Teploperedacha.* 1973. Tom 95. N № 2.
13. Mejerom i Rottoj .

14. Laptev A.G., Saitbatalov M.V. Analogija perenosa impul'sa, massy i teploty v nasadochnyh jelementah gradiren// *Izv. Vuzov. Problemy jenergetiki*, 2009, -№1-2, -S.140-144.
15. Gilliland E.R., Sherwood T.K. Diffusion of Vapors into Air Streams // *Ind. Eng. Chem.* 1934. v. 26. NN 5. 516-523.\
16. Vojnov N.A., Nikolaev N.A. Plenochnye trubchatye gazozhidkostnye reaktory (gidro dinamika teplo i massoobmen). - Kazan': "Otechestvo", 2008.
17. Van_Krevelen D.W., Hoftijzer P.J. Studies of gas absorption // *Rec. Trav. Chim.* 1949. v. 68. NN 4. p. 221-223.
18. Kuznecov M.D. Opređenje koeficientov skorosti absorbcii po metodu podobija // *Zhurnal prikladnoj himii* 1948. t. 26. N 1. s. 48-57.
19. Turhan Je.Ja., Zhideleva K.P. Skorost' absorbcii-desorbicii parov vody i teploperedacha v sisteme gaz - sernaja kislota // *Him. prom.* 1946. 11. N s. 6-9.
20. Barnet W.I., Kobe K.A. Heat and Vapor Transfer in a Wetted-Wall Tower // *Ind. Eng. Chem.* 1941. v. 33. N 33. p. 436-442.
21. Johnstone H.F., Pigford R.L. Distillation in a Wetted Wall Column. // *Trans. Am. Inst. Chem.* 1942. v. 38. N 1. p. 25—51.
22. Zhavoronkov N.M., Maljusov V.A. Issledovanie gidro dinamiki i massoperedachi v processah absorbcii i rektifikacii pri vysokih skorostjah potokov // *Teor. osnovy him. tehnologii.* 1967. t. 1. N 5. c. 562–577.
23. Dytnerskij Ju.I., Borisov G.S. Issledovanie massoobmena v zhidkoj faze // *Processy him. tehnol. (Gidro dinamika, teplo- i massoperedacha) / Pod red. M.E. Pozina. – M.: Nauka, 1965. – S. 266-270.*
24. Olevskij V.M. Plenochnaja teplo- i massoobmennaja apparatura/ pod. red. Olevskogo Pod . red. V. M. - M.: Himija, 1988.
25. Laptev A.G., Ved'gaeva I.A. Ustrojstvo i raschet promyslennyh gradiren. - Kazan': Izd-vo KGJeU, 2004.
26. Ramm V.M. Absorbicija gazov. Izd. 2-e, pererabot, i dop. - M.: Himija, 1976.
27. Laptev A.G., Bazhirov T.S., Saitbatalov M.V. Model' gidro dinamicheskijh karakteristik plenochnogo techenija // *Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo jenergetičeskogo universiteta* 2010. №3 – S. 18-23