УДК 338.436.33

05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (технические науки)

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОБНАРУЖЕНИЯ СКРЫТЫХ МИКРОПОВРЕЖДЕНИЙ В ПЛАСТИНАХ С РЕОЛОГИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ

Аршинов Георгий Александрович
д.т.н., профессор
Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, Россия

Лаптев Сергей Владимирович
к.ф.-м.н., доцент

Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, Россия

В строительстве широко применяются вязкоупругие пластины в качестве оснований, перекрытий, стен и перегородок, поэтому наличие в них невидимых микроповреждений может приводить к разрушению создаваемых конструкций. Один из способов увеличения прочности и устойчивости вязкоупругих пластин состоит в повышении точности неразрушающих акустических методов диагностики микродефектов путем математического моделирования возникновения деформационных волн в пластинах, когда учитываются близкие к реальным свойства материала и применяются строгие методы анализа. Математически моделируя динамику вязкоупругих пластин, учитывая ползучесть материала, можно найти более точные значения волновых параметров, которые применяются в акустических методах поиска скрытых микроповреждений в материале пластины

Ключевые слова: ПЛАСТИНЫ, СТРОИТЕЛЬНЫЕ СООРУЖЕНИЯ, ПРОЧНОСТЬ, АКУСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПОИСКА МИКРОПОВРЕЖДЕНИЙ, ВЯЗКОУПРУГОСТЬ, НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ, ВОЛНОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ, УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

UDC 338.436.33

05.13.18 - Mathematical modeling, numerical methods and software packages (technical sciences)

IMPROVEMENT OF ACOUSTIC METHODS FOR DETECTING HIDDEN MICRODAMAGES IN PLATES WITH RHEOLOGICAL PROPERTIES

Arshinov Georgy Aleksandrovich
Dr.Sci.Tech., Professor
Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia

Laptev Sergey Vladimirovich
Cand.Phys.-Math.Sci., associate professor

Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia

In construction, viscoelastic plates are widely used as bases, ceilings, walls and partitions, so the presence of invisible microdamages in them can lead to the destruction of the structures being created. One of the ways to increase the strength and stability of viscoelastic plates is to improve the accuracy of non-destructive acoustic methods for diagnosing microdefects by mathematically modeling the occurrence of deformation waves in plates, when material properties close to real are taken into account and rigorous analysis methods are applied. Mathematically modeling the dynamics of viscoelastic plates, taking into account the creep of the material, it is possible to find more accurate values of the wave parameters that are used in acoustic methods for searching for hidden microdamages in the plate material

Keywords: PLATES, BUILDING STRUCTURES, STRENGTH, ACOUSTIC METHODS OF MICRO-DAMAGE SEARCH, VISCOELASTICITY, NONLINEAR WAVES, WAVE CHARACTERISTICS, EQUATIONS OF MOTION

http://dx.doi.org/10.21515/1990-4665-182-001

Успешная эксплуатация и надежность строительных сооружений в значительной степени зависят от прочности материала элементов конструкций, применяемых в строительстве, поэтому актуальной научной проблемой является повышение их несущей способности.

Пластины с вязкоупругими свойствами широко применяются при возведении наземных и подземных сооружений в качестве оснований, перекрытий, стен и перегородок, поэтому наличие в них невидимых дефектов может приводить к разрушению создаваемых конструкций.

Один из возможных способов увеличения прочности и несущей способности пластин состоит в повышении точности неразрушающих акустических методов диагностики микроповреждений в материале путем математического моделирования возникновения деформационных волн в пластинах, когда учитываются близкие к реальным свойства материала и применяются строгие методы анализа[1-4].

Математически моделируя динамику пластин, учитывая свойство ползучести материала в процессе его деформирования, можно найти более точные значения волновых параметров, которые применяются в акустических методах поиска скрытых микроповреждений в среде пластины[5-16].

Рассмотрим не подверженную внешней нагрузке неограниченную пластину, имеющую толщину 2h, в декартовой системе координат, оси x, y которой расположены в срединной плоскости пластины, а ось z – перпендикулярна к ней (рис. 1).

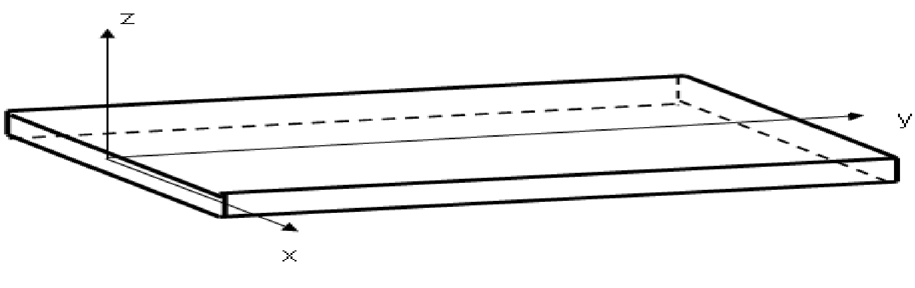

Рис. 3.1. Бесконечная пластина толщиной 2h

Построим математическую модель распространения в пластине продольных нелинейных волн деформации, полагая, что ее материал обладает геометрически нелинейными вязкоупругими наследственными свойствами.

Рассмотрим симметричные по поперечному сечению пластины мало частотные колебания, тогда компоненты перемещений можно задать следующим образом:

$$u_1 = u(x,y,t); \quad u_2 = v(x,y,t); \qquad u_3 = z \cdot w(x,y,t), \tag{1}$$

при этом функциональные зависимости $u(x,y,t)$ и $v(x,y,t)$ позволят найти перемещения точек срединной плоскости пластины по осям x, y, а функция $w(x,y,t)$ – по оси z.

Формулами Грина опишем компоненты тензора конечных деформаций пластины

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} \cdot u_{k,j}). \tag{2}$$

Применим физически линейные зависимости теории наследственности, задающие связи напряжения – деформации:

$$s_{ij}(t) = 2\mu[e_{ij}(t) - \alpha \int_{-\infty}^{t} e^{-\beta(t-\tau)} e_{ij}(\tau)]d\tau$$
$$\sigma(t) = K[\theta(t) - \alpha \int_{-\infty}^{t} e^{-\beta(t-\tau)} \theta(\tau)d\tau] \tag{3}$$

Для вывода уравнений динамики точек пластины применим вариационный принцип возможных перемещений

$$\int_{t_1}^{t_2}[\iint_D \int_{-h}^{h}(\sigma_{ij}\cdot\delta\varepsilon_{ij}-\rho\dot{u}_i\cdot\delta\dot{u}_i)dxdydz]dt=0,$$

(4)

причем ρ, $\delta\varepsilon_{ij}$, δu_i – соответственно плотность среды, вариации компонент деформации и смещений, а точкой обозначается производная от функций по времени.

Воспользуемся соотношениями (1) для вычисления компонент деформаций (2) и их вариаций $\delta\varepsilon_{ij}$. Подставим компоненты тензора напряжения σ_{ij}, вычисляя их по формулам (3), в формулу (4).

Проинтегрировав по z, с учетом произвольности вариации δu_i из вариационного принципа виртуальных перемещений получаем уравнения для определения перемещений точек пластины:

$$2h\rho\ddot{u} = \int_{-h}^{h}\{\frac{\partial}{\partial x}[(1+u_x)(A_1+B_{11})+B_{12}u_y]+\frac{\partial}{\partial y}[u_y(A_1+B_{22})+$$

$$+B_{12}(1+u_x)]\}dz;$$

$$2h\rho\ddot{v} = \int_{-h}^{h}\{\frac{\partial}{\partial x}[v_x(A_1+B_{11})+B_{12}(1+v_y)]+\frac{\partial}{\partial y}[(1+v_y)(A_1+$$

$$+B_{22})+B_{12}v_x]\}dz;$$

$$\frac{2h^3}{3}\rho\ddot{w} = \int_{-h}^{h}\{-(k+w)(A_1+B_{33})-z(B_{13}w_x+B_{23}w_y)+ \qquad (5)$$

$$+\frac{\partial}{\partial x}[z^2w_x(A_1+B_{11})+B_{12}z^2w_y+B_{13}z(1+w)]+$$

$$+\frac{\partial}{\partial y}[z^2w_y(A_1+B_{22})+B_{12}z^2w_x+B_{23}z(1+w)]\}dz.$$

Здесь вводим следующие обозначения

$$A_1 = K(\theta - \alpha \int_{-\infty}^{t} e^{-\beta(t-\tau)} \theta(\tau) d\tau); \qquad (6)$$

$$B_{ij} = 2\mu(\varepsilon_{ij} - \alpha \int_{-\infty}^{t} e^{-\beta(t-\tau)} \varepsilon_{ij} d\tau), \qquad (7)$$

в которых $k = \frac{\pi}{12}$ – коэффициент, задающий поправку.

Для наследственных материалов, память которых быстро затухает во времени, выполняется неравенство $\beta t >> 1$. При этом условии разлагаем по степеням $(t-\tau)$ функциональные зависимости $\theta(\tau)$ и $e_{ij}(\tau)$ в степенной ряд, в котором ограничимся двумя слагаемыми.

После перехода в формулах (6), (7) от интегральных операторов к дифференциальным получим аппроксимации

$$A_1 \approx \lambda_1 \theta; \ \ B_{ij} \approx 2\mu_1 \varepsilon_{ij}, \qquad (8)$$

где используются операторы

$$\lambda_1 = K[(1 - \frac{\alpha}{\beta}) + \frac{\alpha}{\beta^2}\frac{\partial}{\partial t}]; \qquad \mu_1 = \mu[(1 - \frac{\alpha}{\beta}) + \frac{\alpha}{\beta^2}\frac{\partial}{\partial t}],$$

которые действуют на произвольную функцию $\varphi(t)$ следующим образом:

$$\lambda_1 \varphi = K[(1 - \frac{\alpha}{\beta})\varphi + \frac{\alpha}{\beta^2}\frac{\partial}{\partial t}\varphi]; \ \mu_1 \varphi = \mu[(1 - \frac{\alpha}{\beta})\varphi + \frac{\alpha}{\beta^2}\frac{\partial}{\partial t}\varphi].$$

Пусть A, L – соответственно обозначения амплитуды и длины волны деформации элементов пластины, а константа $\varepsilon = \frac{A}{L}$ – достаточно мала.

Заменяем в равенствах (5) A_1 и B_{ij} их представлениями (8) и обезразмериваем перемещения:

$$u = Au^*; \quad v = Av^*; \quad w = hw^*; \ \xi = \frac{x}{L} - \frac{c}{L}t; \quad \eta = \sqrt{\varepsilon}\frac{y}{L}; \quad \chi = \varepsilon\frac{x}{L}.$$

(9)

Неизвестные компоненты перемещений представим через асимптотические разложения и опустим звездочки, тогда в итоге имеем

$$u = u_0 + \varepsilon u_1 + \ldots;$$
$$v = \sqrt{\varepsilon}\,(v_1 + v_2 + \ldots); \tag{10}$$
$$w = w_0\varepsilon + w_1\varepsilon^2 + \ldots .$$

Подставим (10) в безразмерные уравнения динамики пластины, и допустим, что дроби $\varepsilon = \frac{A}{L}$, $\frac{\alpha c}{\beta^2 L}$, $\frac{h^2}{L^2}$ имеют один порядок малости.

Первые составляющие асимптотических представлений приводят к уравнениям:

$$\rho c^2 u_{0\xi\xi} = (\lambda_2 + 2\mu_2)u_{0\xi\xi} + \lambda_2 k w_{0\xi}; \tag{11}$$

$$\lambda_2 k u_{0\xi\xi} + (\lambda_2 + 2\mu_2)k^2 w_0 = 0, \tag{12}$$

из них вытекает равенство

$$w_0 = -\frac{\lambda_2}{k(\lambda_2 + 2\mu_2)}u_{0\xi}, \tag{13}$$

в котором параметры $\lambda_2 = (1 - \frac{\alpha}{\beta})\lambda$ и $\mu_2 = \mu(1 - \frac{\alpha}{\beta})$.

С учетом соотношений (13) из (11) получается формула, позволяющая вычислить скорость распространения волны продольной деформации через физические параметры материала пластины:

$$c = \sqrt{\frac{1}{\rho}(\lambda_2 + 2\mu_2 - \frac{\lambda_2^2}{\lambda_2 + 2\mu_2})}. \tag{14}$$

Из вторых членов асимптотических разложений (10) получаем три уравнения:

$$2(\lambda_2 + 2\mu_2)u_{0\xi\chi} + (\lambda_2 + \mu_2)v_{1\xi\eta} + \mu_2 u_{0\eta\eta} + \lambda_2 k w_{0\chi} + 3(\lambda_2 +$$

$$+2\mu_2)u_{0\xi}u_{0\xi\xi}+\lambda_2 w_0 w_{0\xi}+\lambda_2 k(u_{0\xi}w_0)_\xi+\frac{2\mu\alpha c}{3\beta^2 L\varepsilon}(2u_{0\xi\xi\xi}-kw_{0\xi\xi})+$$

$$+\lambda_2 kw_{1\xi}-\rho c^2 u_{1\xi\xi}+(\lambda_2+2\mu_2)u_{1\xi\xi}=0; \qquad (15)$$

$$\rho c^2 v_{1\xi\xi}=(\lambda_2+\mu_2)u_{0\xi\eta}+\mu_2 v_{1\xi\xi}+\lambda_2 kw_{0\eta}; \qquad (16)$$

$$\frac{1}{3}\frac{\rho c^2 h^2}{L^2\varepsilon}w_{0\xi\xi}=-\lambda_2 k(u_{0\chi}+v_{1\eta})+$$

$$\frac{1}{3}\frac{\mu_2 h^2}{L^2\varepsilon}w_{0\xi\xi}-\frac{3}{2}(\lambda_2+2\mu_2)kw_0^2-$$

$$-\frac{1}{2}\lambda_2(ku_{0\xi}^2+2w_0 u_{0\xi})-\lambda_2 k(u_{1\xi}+kw_1)-2\mu_2 k^2 w_1^2+$$

$$+\frac{2\mu\alpha c}{3\beta^2 L\varepsilon}(ku_{0\xi\xi}-2k^2 w_{0\xi}). \qquad (17)$$

Проинтегрируем (16) по ξ и учтем формулу (13), в результате получим зависимость $v_{1\xi}=u_{0\eta}$.

Учитывая ее и (13), а также дифференцируя соотношение (17) по переменной ξ, получим соотношение:

$$\lambda ku_{1\xi\xi}+k^2(\lambda_2+2\mu_2)w_{1\xi}=\frac{1}{3}\frac{\lambda_2 h^2(\rho c^2-\mu_2)}{l^2\varepsilon k(\lambda_2+2\mu_2)}u_{0\xi\xi\xi\xi}-$$

$$-\lambda_2 ku_{0\xi\chi}-\lambda_2 ku_{0\eta\eta}-[\lambda_2 k+\frac{\lambda_2^2}{k(\lambda_2+2\mu_2)}]u_{0\xi}u_{0\xi\xi}+ \qquad (18)$$

$$+\frac{2\mu\alpha ck}{3\beta^2 L\varepsilon}(1+\frac{2\lambda_2}{\lambda_2+2\mu_2})u_{0\xi\xi\xi}.$$

Приравняв сумму трех последних слагаемых в (15) к левой части равенства (18), предварительно умноженной на дробь $\frac{\lambda_2}{k(\lambda_2 + 2\mu_2)}$, и учитывая формулу (14), приходим к уравнению:

$$\frac{\lambda_2}{k(\lambda_2 + 2\mu_2)}[\frac{1}{3}\frac{\lambda_2 h^2(\rho c^2 - \mu_2)}{\varepsilon L^2 k(\lambda_2 + 2\mu_2)}u_{0\xi\xi\xi\xi} - \lambda_2 k u_{0\xi\chi} - \lambda_2 k u_{0\eta\eta} -$$

$$-(\lambda_2 k + \frac{\lambda_2^2}{k(\lambda_2 + 2\mu_2)})u_{0\xi}u_{0\xi\xi} + \frac{2\mu\alpha c k}{3\beta^2 L\varepsilon}(1 + \frac{2\lambda_2}{\lambda_2 + 2\mu_2})u_{0\xi\xi\xi}] +$$

$$+2(\lambda_2 + 2\mu_2)u_{0\xi\chi} + (\lambda_2 + \mu_2)v_{1\xi\eta} + \mu_2 u_{0\eta\eta} + \lambda_2 k w_{0\chi} +$$

$$+3(\lambda_2 + 2\mu_2)u_{0\xi}u_{0\xi\xi} + \lambda_2 w_0 w_{0\xi} + \lambda_2 k\frac{\partial}{\partial\xi}(u_{0\xi}w_0) +$$

$$+\frac{2\mu\alpha c}{3\beta^2 L\varepsilon}(2u_{0\xi\xi\xi} - k w_{0\xi\xi}) = 0.$$

После его упрощения и введения обозначения $u_{0\xi} = \psi$ получаем более простое для исследования нелинейных уединенных продольных волн деформации в пластине эволюционное уравнение Кадомцева – Петвиашвили – Бюргерса

$$(\psi_\chi + \frac{3}{2}\psi\psi_\xi + b\psi_{\xi\xi\xi} + d\psi_{\xi\xi})_\xi = -\frac{1}{2}\psi_{\eta\eta},$$

в котором

$$b = \frac{\lambda_2^2 h^2(3\lambda_2 + 2\mu_2)}{24k^2L^2\varepsilon(\lambda_2 + 2\mu_2)^2(\lambda_2 + \mu_2)};$$

$$d = \frac{\mu\alpha c(3\lambda_2^2 + 6\lambda_2\mu_2 + 4\mu_2^2)}{6\beta^2 L\varepsilon\mu_2(\lambda_2 + 2\mu_2)(\lambda_2 + \mu_2)}.$$

Выведенные условия, выполнение которых приводит к возникновению геометрически нелинейных волн продольной деформации в пластинах из вязкоупругого материала, и найденные зависимости между скоростью волн деформации и физико-механическими константами материала могут позволить уточнить акустический поиск скрытых микроповреждений структуры в материале пластины.

Микродефекты структуры являются концентраторами напряжений, вблизи которых может развиваться разрушение элемента конструкции, приводящее в итоге к большому экономическому ущербу.

Список литературы

1. Аршинов Г. А. Совершенствование акустических методов диагностики скрытых микродефектов и эксплуатационная надежность вязкоупругих элементов конструкций / Г. А. Аршинов, С. В. Лаптев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – Краснодар : КубГАУ, 2019. – № 154. – С. 84–93.
2. Аршинов Г. А. Уточнение акустических методов регистрации микродефектов материала на основе исследования нелинейных волн деформаций в вязкоупругих стержнях / Г. А. Аршинов, В. И. Лойко, В. Г. Аршинов, В. Н. Лаптев, С. В. Лаптев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – Краснодар : КубГАУ, 2020. – № 162. – С. 37–53.
3. Информационная безопасность : учеб. пособие / В. И. Лойко, В. Н. Лаптев, Г. А. Аршинов, С. В. Лаптев. – Краснодар: КубГАУ, 2020. – 332 с.
4. Аршинов Г. А. Стратегия и тактика использования МАУ ОС в деятельности АПК / Г. А. Аршинов, В. И. Лойко, С. В. Лаптев // Трансформация социально-экономического пространства России и мира : сб. статей Международной научно-практической конференции / под ред. Г. Б. Клейнера, Х. А. Константиниди, В. В. Сорокожердьева, З. М. Хашевой. – 2020. – С. 131–135.
5. Г. А. Аршинов. Нелинейная математическая модель ценообразования продукции перерабатывающего предприятия /

Г. А. Аршинов, В. В. Степанов, С. В. Лаптев, И. А. Мануйлов // Автоматизированные информационные и электроэнергетические системы : материалы II Межвузовской научно-практической конференции. – Краснодар: КубГТУ, 2012. – С. 38–40.

6. Анализ условий образования эффективных объединений предприятий молочного подкомплекса АПК / Г. А. Аршинов, В. И. Лойко, В. Г. Аршинов, В. Н. Лаптев, С. В. Лаптев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – Краснодар: КубГАУ, 2017. – № 132. – С. 128–155.

7. Аршинов Г. А. Оценка экономической и эксплуатационной надежности строительных сооружений на основе исследования волновых характеристик нелинейных вязкоупругих стержневых элементов конструкций / Г. А. Аршинов, С. В. Лаптев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – Краснодар : КубГАУ, 2019. – № 153. – С. 113–122.

8. Лаптев В. Н. Разработка адаптивной матрицы типовых знаний для инвестиционного управления АПК / В. Н. Лаптев, Г. А. Аршинов, С. В. Лаптев, Т. В. Лукьяненко, Е. В. Фешина // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – Краснодар : КубГАУ, 2020. – № 164. – С. 36–54.

9. Аршинов Г. А. Анализ оборота капитала и цены на готовую продукцию в интегрированных объединениях АПК / Г. А. Аршинов, С. В. Лаптев, В. Г. Аршинов // Новые технологии. – 2018. – № 4. – С. 96–101.

10. Аршинов В. Г. Функция скорости спроса и оборот вложенного капитала в интеграционных структурах АПК / В. Г. Аршинов, С. В. Лаптев // Математические методы и информационно-технические средства : сб. статей II Всероссийской научно-практической конференции. – 2006 – С. 7–9.

11. Г. А. Аршинов. Математическое моделирование отношений партнеров в современных формах интеграции сельскохозяйственных товаропроизводителей и перерабатывающих предприятий / Г. А. Аршинов, В. И. Лойко, В. Г. Аршинов, В. Н. Лаптев, С. В. Лаптев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – Краснодар : КубГАУ, 2017. – № 130. – С. 1137–1159.

12. Аршинов Г. А. Математическое моделирование экономической деятельности перерабатывающих предприятий / Г. А. Аршинов, С. В. Лаптев //

Математические методы и информационно-технические средства : материалы IX Всероссийской научно-практической конференции; отв. ред. С. А. Вызулин, Е. В. Михайленко, Ю. Н. Сопильняк. – Краснодар : КубГАУ, 2013. – С. 24–27.

13. Г. А. Аршинов. Причины, препятствующие созданию эффективных объединений предприятий молочного подкомплекса АПК / Г. А. Аршинов, В. И. Лойко, В. Г. Аршинов, В. Н. Лаптев, С. В. Лаптев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – Краснодар : КубГАУ, 2016. – № 123. – С. 1422–1443.

14. Г. А. Аршинов. Анализ современных форм интеграции сельскохозяйственных товаропроизводителей и перерабатывающих предприятий АПК / Г. А. Аршинов, В. И. Лойко, В. Г. Аршинов, В. Н. Лаптев,С. В. Лаптев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – Краснодар : КубГАУ, 2016. – № 123. – С. 1392–1421.

15. Аршинов Г. А. Математическое моделирование экономической деятельности перерабатывающих предприятий / Г. А. Аршинов, С. В. Лаптев // Математические методы и информационно-технические средства : материалы IX Всероссийской научно-практической конференции; отв. ред. С. А. Вызулин, Е. В. Михайленко, Ю. Н. Сопильняк. – Краснодар : КубГАУ, 2013. – С. 24–27.

16. Лаптев С.В. Разработка информационных систем на базе web-технологий: учеб. пособие / С.В. Лаптев, В.Н. Лаптев, Г.А. Аршинов – Краснодар: КубГАУ, 2021. – 175 с.

References

1. Arshinov G. A. Sovershenstvovanie akusticheskih metodov diagnostiki skrytyh mikrodefektov i jekspluatacionnaja nadezhnost' vjazkouprugih jelementov konstrukcij / G. A. Arshinov, S. V. Laptev // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – Krasnodar : KubGAU, 2019. – № 154. – S. 84–93.

2. Arshinov G. A. Utochnenie akusticheskih metodov registracii mikrodefektov materiala na osnove issledovanija nelinejnyh voln deformacij v vjazkouprugih sterzhnjah / G. A. Arshinov, V. I. Lojko, V. G. Arshinov, V. N. Laptev, S. V. Laptev // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – Krasnodar : KubGAU, 2020. – № 162. – S. 37–53.

3. Informacionnaja bezopasnost' : ucheb. posobie / V. I. Lojko, V. N. Laptev, G. A. Arshinov, S. V. Laptev. – Krasnodar: KubGAU, 2020. – 332 s.
4. Arshinov G. A. Strategija i taktika ispol'zovanija MAU OS v dejatel'nosti APK / G. A. Arshinov, V. I. Lojko, S. V. Laptev // Transformacija social'no-jekonomicheskogo prostranstva Rossii i mira : sb. statej Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii / pod red. G. B. Klejnera, H. A. Konstantinidi, V. V. Sorokozherd'eva, Z. M. Hashevoj. – 2020. – S. 131–135.
5. G. A. Arshinov. Nelinejnaja matematicheskaja model' cenoobrazovanija produkcii pererabatyvajushhego predprijatija / G. A. Arshinov, V. V. Stepanov, S. V. Laptev, I. A. Manujlov // Avtomatizirovannye informacionnye i jelektrojenergeticheskie sistemy : materialy II Mezhvuzovskoj nauchno-prakticheskoj konferencii. – Krasnodar: KubGTU, 2012. – S. 38–40.
6. Analiz uslovij obrazovanija jeffektivnyh ob#edinenij predprijatij molochnogo podkompleksa APK / G. A. Arshinov, V. I. Lojko, V. G. Arshinov, V. N. Laptev, S. V. Laptev // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – Krasnodar: KubGAU, 2017. – № 132. – S. 128–155.
7. Arshinov G. A. Ocenka jekonomicheskoj i jekspluatacionnoj nadezhnosti stroitel'nyh sooruzhenij na osnove issledovanija volnovyh harakteristik nelinejnyh vjazkouprugih sterzhnevyh jelementov konstrukcij / G. A. Arshinov, S. V. Laptev // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – Krasnodar : KubGAU, 2019. – № 153. – S. 113–122.
8. Laptev V. N. Razrabotka adaptivnoj matricy tipovyh znanij dlja investicionnogo upravlenija APK / V. N. Laptev, G. A. Arshinov, S. V. Laptev, T. V. Luk'janenko, E. V. Feshina // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – Krasnodar : KubGAU, 2020. – № 164. – S. 36–54.
9. Arshinov G. A. Analiz oborota kapitala i ceny na gotovuju produkciju v integrirovannyh ob#edinenijah APK / G. A. Arshinov, S. V. Laptev, V. G. Arshinov // Novye tehnologii. – 2018. – № 4. – S. 96–101.
10. Arshinov V. G. Funkcija skorosti sprosa i oborot vlozhennogo kapitala v integracionnyh strukturah APK / V. G. Arshinov, S. V. Laptev // Matematicheskie metody i

informacionno-tehnicheskie sredstva : sb. statej II Vserossijskoj nauchno-prakticheskoj konferencii. – 2006 – S. 7–9.
11. G. A. Arshinov. Matematicheskoe modelirovanie otnoshenij partnerov v sovremennyh formah integracii sel'skohozjajstvennyh tovaroproizvoditelej i pererabatyvajushhih predprijatij / G. A. Arshinov, V. I. Lojko, V. G. Arshinov, V. N. Laptev, S. V. Laptev // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – Krasnodar : KubGAU, 2017. – № 130. – S. 1137–1159.
12. Arshinov G. A. Matematicheskoe modelirovanie jekonomicheskoj dejatel'nosti pererabatyvajushhih predprijatij / G. A. Arshinov, S. V. Laptev // Matematicheskie metody i informacionno-tehnicheskie sredstva : materialy IX Vserossijskoj nauchno-prakticheskoj konferencii; otv. red. S. A. Vyzulin, E. V. Mihajlenko, Ju. N. Sopil'njak. – Krasnodar : KubGAU, 2013. – S. 24–27.
13. G. A. Arshinov. Prichiny, prepjatstvujushhie sozdaniju jeffektivnyh ob#edinenij predprijatij molochnogo podkompleksa APK / G. A. Arshinov, V. I. Lojko, V. G. Arshinov, V. N. Laptev, S. V. Laptev // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – Krasnodar : KubGAU, 2016. – № 123. – S. 1422–1443.
14. G. A. Arshinov. Analiz sovremennyh form integracii sel'skohozjajstvennyh tovaroproizvoditelej i pererabatyvajushhih predprijatij APK / G. A. Arshinov, V. I. Lojko, V. G. Arshinov, V. N. Laptev,S. V. Laptev // Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – Krasnodar : KubGAU, 2016. – № 123. – S. 1392–1421.
15. Arshinov G. A. Matematicheskoe modelirovanie jekonomicheskoj dejatel'nosti pererabatyvajushhih predprijatij / G. A. Arshinov, S. V. Laptev // Matematicheskie metody i informacionno-tehnicheskie sredstva : materialy IX Vserossijskoj nauchno-prakticheskoj konferencii; otv. red. S. A. Vyzulin, E. V. Mihajlenko, Ju. N. Sopil'njak. – Krasnodar : KubGAU, 2013. – S. 24–27.
16. Laptev S.V. Razrabotka informacionnyh sistem na baze web-tehnologij: ucheb. posobie / S.V. Laptev, V.N. Laptev, G.A. Arshinov – Krasnodar: KubGAU, 2021. – 175 s.