

УДК 303.732.4

РЕАЛИЗАЦИЯ ОПЕРАЦИИ ОБЪЕДИНЕНИЯ СИСТЕМ В СИСТЕМНОМ ОБОБЩЕНИИ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ (ОБЪЕДИНЕНИЕ БУЛЕАНОВ)

Луценко Евгений Вениаминович
д.э.н., к.т.н., профессор
Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, Россия

В статье рассматривается реализация операции объединения систем, являющаяся обобщением операции объединения множеств в рамках системного обобщения теории множеств. Эта операция сходна с операцией объединения булеанов классической теории множеств. Но в отличие от классической теории множеств в ее системном обобщении предлагается конкретный алгоритм объединения систем и обосновывается количественная мера системного (синергетического, эмерджентного) эффекта, возникающего за счет объединения систем. Для этой меры предложено название: «Обобщенный коэффициент эмерджентности Р.Хартли» из-за сходства его математической формы с локальным коэффициентом эмерджентности Хартли, отражающим степень отличия системы от множества его базовых элементов. Приводится ссылка на авторскую программу, реализующую предложенный алгоритм и обеспечивающую численное моделирование объединения систем при различных ограничениях на сложность систем и при различной мощности порождающего множества, приводятся некоторые результаты численного моделирования

Ключевые слова: СИСТЕМНЫЙ СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ, ОПЕРАЦИЯ ОБЪЕДИНЕНИЯ, БУЛЕАН, СИСТЕМА, МНОЖЕСТВО, СИСТЕМНОЕ ОБОБЩЕНИЕ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ, ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ОБОБЩЕННЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ЭМЕРДЖЕНТНОСТИ ХАРТЛИ

UDC 303.732.4

IMPLEMENTATION OF OPERATION OF INTEGRATING OF SYSTEMS IN SYSTEM GENERALIZATION OF THE THEORY OF SETS (BULEAN INTEGRATING)

Lutsenko Evgeny Veniaminovich
Dr. Sci.Econ., Cand. Tech.Sci., professor
Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia

In the article, the embodying of operation of integrating of systems, being generalization of operation of integrating of sets within the limits of system generalization of the theory of sets is considered. This operation is similar to bulean integrating operation of the classical theory of sets. However, unlike the classical theory of sets, the concrete algorithm of integrating of systems in its system generalization is offered and the quantitative standard system effect (synergetic, emergent) arising with the application of integrating of systems is proved. For this standard, the unique name is offered: «The generalized coefficient of emerge by R.Hartley» because of likeness of its mathematical form to the local coefficient of emerge by Hartley, reflecting a degree of difference of system from the set of its base elements. The reference to the author's program realizing offered algorithm and providing numerical modeling of integrating of systems at various restrictions on complexity of systems and at various power of generating set is given, some effects of numerical modeling are given

Keywords: SYSTEM SYNERGETIC EFFECT, OPERATION OF INTEGRATING, BULEAN, SYSTEM, SET, SYSTEM GENERALIZATION OF THE THEORY OF SETS, NUMERICAL MODELING, GENERALIZED COEFFICIENT OF EMERGE BY HARTLEY

В статье [2] в общем виде сформулирована, обоснована и предложена программная идея системного обобщения математики, суть которой состоит в тотальной замене понятия "множество" на более общее понятие "система" и прослеживании всех математических последствий этого во всех разделах математики, основанных на теории множеств или использующих ее результаты. При этом обеспечивается соблюдение принципа соответствия, обязательного для более общей теории, т.к. чем ниже уровень системности, тем в меньшей степени система отличается от множеств-

ва, а система с нулевым уровнем системности тождественно и есть множество. В работах [3, 4] приводится неформальная постановка и обсуждение задач, возникающих при системном обобщении теории множеств. В работе [5] обосновываются количественные меры уровня системности (эмерджентности, синергетического или системного эффекта¹ [5, 7, 12]). В статье [6] приводится развернутый пример реализации этой программной идеи, в качестве которого выступает предложенная автором системная теория информации.

Данная работа посвящена разработке подхода к решению 9-й задачи, сформулированной в [3, 4]: «Разработать операции с системами: объединение (сложение), пересечение (умножение), вычитание. Привести предварительные соображения по реализации операции объединения систем».

В классической теории множеств, которую мы далее сокращенно будем называть «КТМ», операция объединения множеств реализуется следующим образом. «Объединение множеств (тж. сумма или соединение)² в теории множеств – множество, содержащее в себе все элементы исходных множеств. Объединение двух множеств A и B обычно обозначается $A \cup B$, но иногда можно встретить запись в виде суммы $A + B$ ». Графически операция объединения двух множеств может быть представлена в форме диаграммы Эйлера-Венна, приведенной на рисунке 1.

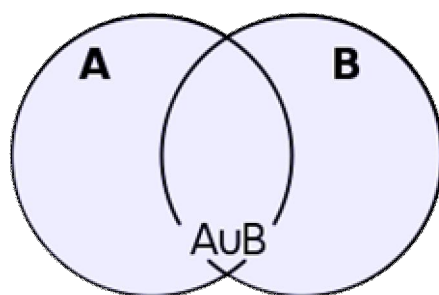


Рисунок 1. Диаграмма Эйлера-Венна для объединения двух множеств³

¹ Системный эффект проявляется в отличии свойств системы от свойств ее элементов. Яркими примерами системного эффекта являются отличие свойств химических соединений от свойств химических элементов, их которых они состоят, дефект массы в физике, когда масса физической системы не совпадает с суммой масс ее частей. Системный эффект тем больше, чем сильнее взаимодействие элементов системы.

² <http://ru.wikipedia.org/wiki/Объединение%20множеств>

³ <http://ru.wikipedia.org/wiki/Диаграммы%20Эйлера-Венна>

При объединении двух множеств с мощностями A и B образуется множество, включающее все элементы как 1-го, так и 2-го множеств с мощностью N_k , которая является просто *суммой* числа элементов 1-го и 2-го множеств:

$$N_k = A + B \quad (1)$$

$$N_k = A \cup B \quad (2)$$

В теории множеств выражения (1) и (2) считаются эквивалентными. Однако выражение (1) *внешне выглядит* так же, как арифметическое сложение двух количественных величин, которое совпадает по смыслу с объединением множеств только для непересекающихся множеств. Если же множества пересекаются, т.е. одно множество включают некоторые элементы, которые тождественны элементам другого множества, то при сложении эти элементы повторяются в сумме, а при объединении этих повторений в объединенном множестве нет (рисунок 2):

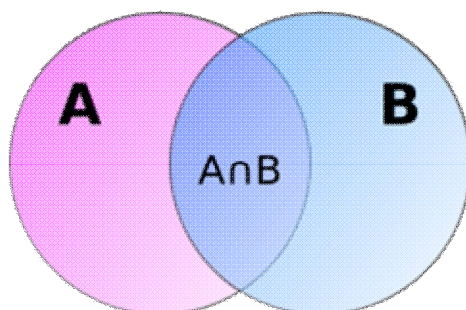


Рисунок 2. Диаграмма Эйлера-Венна для пересечения двух множеств⁴

Особенно наглядно различие между арифметическим сложением и объединением видно, когда эти операции выполняются над тождественными множествами (3):

$$\begin{aligned} A + A &= 2A \\ A \cup A &= A \end{aligned} \quad (3)$$

⁴ <http://ru.wikipedia.org/wiki/Пересечение%20множеств>

Запись операции объединения множеств с использованием операции арифметического сложения их мощностей предполагает вычитание мощности пересечения множеств из арифметической суммы с целью исключения повторения тождественных элементов (4):

$$N_k = A \cup B = A + B - A \cap B \quad (4)$$

где: N_k – мощность объединенного множества.

Для непересекающихся множеств:

$$A \cap B = \emptyset \quad (5)$$

и в этом случае выражение (4) с учетом (5) приобретает вид (1) уже не только символически, но и фактически (арифметически).

По мнению автора это означает, что символика выражения (2) точнее или более удачно отражает смысл объединения множеств и его использование предпочтительнее.

В отличие от множеств, системы имеют иерархическое строение. Будем считать, что 1-м уровнем иерархии системы является множество *базовых* элементов, которое будем называть порождающим множеством.

В случае объединения двух систем, согласно системной теории множеств (СТМ), на втором и более высоких уровнях иерархии [3, 4] объединенной системы *могут* возникать новые составные элементы, *которых до объединения не было ни в одной из исходных систем* и состоящие из элементов *обоих* систем, что и приводит к системному эффекту S . В результате *мощность объединения систем превосходит мощность объединения их порождающих множеств A и B на величину системного эффекта S , возникающего за счет объединения систем*:

$$N_s = A \cup B + S \quad (6)$$

Кроме того, в каждой из систем могут возникать составные элементы из ее *собственных* базовых элементов. Это приводит к системному эффекту, в результате которого система отличается от множества, т.е. содержит

больше элементов, чем в порождающем множестве. Этот вид системного эффекта аналитически выражается локальным коэффициентом эмерджентности Хартли (3), который был получен *автором* в 2001 году [10] и назван так в честь этого ученого, внесшего большой вклад с разработку научной теории информации⁵:

$$j = \frac{\log_2 \sum_{m=1}^M C_W^m}{\log_2 W} \quad (7)$$

где:

W – количество базовых элементов в системе;

m – сложность составного элемента системы, т.е. подсистемы (количество базовых элементов в составном элементе);

M – максимальная сложность подсистем (максимальное количество базовых элементов в составном элементе).

Фактически максимальная сложность подсистем M не может быть больше количества базовых элементов в системе W : $M \leq W$, т.к. самым сложным элементом системы может быть элемент, состоящий из всех базовых элементов. Но формально это ограничение можно не соблюдать, т.к. при $M > W$ согласно выражения (7) будут получаться *нулевые слагаемые* под логарифмом в числителе, отражающие тот факт, что соответствующих составных элементов просто не существует. Поэтому за соблюдением этого условия можно особо не следить и математически объединять выражения, указывая один *максимальный уровень сложности* из всех возможных при различных количествах базовых элементов в разных системах, что пригодится нам в будущем.

⁵ Приходится об этом напоминать, т.к. в ряде материалов, широко распространившихся в научной печати и в Internet, их авторы без ссылки на первичный источник информации о коэффициентах эмерджентности Хартли и Харкевича, *т.е. работы автора*, используют большие фрагменты из этих работ. Чтобы убедиться в этом достаточно сделать запрос: [«коэффициенты эмерджентности Хартли и Харкевича»](#)

Будем считать, что составные элементы в системах не могут образовываться за счет многократного использования одних и тех же базовых элементов в одном составном (повторений):

– это предполагается самим видом математического выражения (7) и понятием комбинаторики «число сочетаний из n по m »;

– в противном случае уровень сложности элементов и системы в целом, а также ее мощность, могли бы *неограниченно* возрастать, например, за счет наличия в системе элементов, представляющих собой сколь угодно высокую степень любого из базовых элементов.

Коэффициент эмерджентности Хартли исследован автором в ряде работ, в частности [1, 5]. Непосредственно из вида выражения для коэффициента эмерджентности Хартли (7) ясно, что он представляет собой относительное превышение количества информации в системе при учете системных эффектов (смешанных состояний, иерархической структуры ее подсистем и т.п.) над количеством информации без учета системности (только в базовом уровне или порождающем множестве), т.е. *этот коэффициент отражает уровень системности объекта*.

Получим аналитические выражения для количества элементов в объединенной системе и величины системного эффекта, образующегося не за счет объединения базовых элементов в отдельно-взятой системе (что отражается локальным коэффициентом эмерджентности Хартли), а за счет объединения систем, а затем проведем и количественные оценки с использованием этих выражений и численного моделирования.

Аксиома о максимальной мощности системы системной теории множеств (СТМ) и СТИ [1]: в системе, основанной на множестве из W неповторяющихся элементов, которые мы будем называть *базовыми*, может содержаться не более N_{max} элементов, включающих как все базовые элементы, так и *составные элементы (подсистемы)*, образованные из всех

возможных различных сочетаний базовых элементов по 2, 3, ..., W элементов (без повторений):

$$N_{\max} = \sum_{m=1}^W C_W^m \quad (8)$$

Эта аксиома СТМ аналогична аксиоме булеана⁶ классической теории множеств, в которой постулируется существование и единственность множества всех подмножеств некоторого множества из W элементов, т.е. булеана, а также доказывается⁷, что мощность булеана равна 2^W .

В этой связи необходимо сделать два замечания.

Замечание 1: мощность системы, базирующейся на W элементах, всегда на 1 меньше мощности булеана, образованного на тех же элементах:

$$\sum_{m=1}^W C_W^m = 2^W - 1 \quad (9)$$

Это связано с тем, что по определению булеан включает как элемент самого себя, а система не включает в качестве элемента саму себя, но включает элемент наивысшего уровня сложности (иерархии), состоящий из всех базовых элементов.

Замечание 2: в самой аксиоме булеана классической теории множеств не содержится *алгоритма* или способа нахождения всех элементов образуемого множества, но такой алгоритм предлагается в рамках СТМ и его *идея* основана на аксиоме о максимальной мощности системы: это алгоритм формирования всех возможных различных (без повторений) *сочетаний* базовых элементов системы. Подобные алгоритмы известны [13] и поэтому здесь не приводятся.

Однако, фактически количество элементов в системе всегда меньше максимального, т.к. действуют определенные *правила запрета* на образо-

⁶ <http://ru.wikipedia.org/wiki/Аксиома%20булеана>

⁷ <http://ru.wikipedia.org/wiki/Булеан>

вание некоторых составных элементов [1]⁸. Среди таких правил запрета могут быть, например, *ограничения на максимальное* (или/и минимальное) количество базовых элементов в составных элементах (т.е. на их сложность), а также запрет на *повторное* включение базовых элементов в составные (когда один и тот же базовый элемент не может несколько раз входить в один и тот же составной элемент).

Если система образована на основе W базовых элементов, то в ней существует M уровней иерархии, на 1-м из которых находятся сами базовые элементы и этот уровень иерархии системы тождественно является порождающему множеству, на 2-м – составные элементы, образованные различными сочетаниями базовых элементов по 2, на 3-м – по 3, и на последнем – по M . Если количество уровней иерархии в системе M (будем называть его рангом системы) равно количеству ее базовых элементов W , то все базовые элементы входят в единственный элемент наивысшего уровня иерархии. В системе отсутствуют составные элементы, включающие больше базовых элементов, чем ранг системы.

Чтобы учесть в выражении (7) 1-е ограничение (на максимальную сложность составных элементов M) и получить выражение для количества элементов в системе ранга M , модифицируем его следующим образом:

$$N_M = \sum_{m=1}^M C_W^m \quad (10)$$

В частности, если есть два множества, в 1-м из которых A элементов, а во 2-м – B , то согласно системной теории множеств (СТМ) на базе 1-го множества образуется система с числом элементов N_A :

⁸ Автор просит прощения за большое количество *самоцитирований*, которое обусловлено тем, что практически все работы автора образуют единую систему и основываются друг на друге, в частности посвящены *развитию* предложенного в 2000-2001 годах автоматизированного системно-когнитивного анализа [1], его математической модели – системной теории информации (СТИ) [6], и реализующего их программного инструментария – универсальной когнитивной аналитической системы «Эйдос» [8. 9].

$$N_A = \sum_{m=1}^M C_A^m, \quad (11)$$

а на базе 2-го – с числом элементов N_B :

$$N_B = \sum_{m=1}^M C_B^m, \quad (12)$$

В случае объединения этих 2-х систем *по правилам классической теории множеств (КТМ) (4)*, т.е. считая систему множеством всех ее элементов: и базовых, и составных, количество элементов в объединенной системе N_k равно просто *сумме* числа элементов 1-й и 2-й систем (11) и (12), как в случае множеств:

$$N_k = N_A + N_B - N_A \cap N_B \quad (13)$$

где:

N_A – множество всех элементов (базовых и составных) системы A ;

N_B – множество всех элементов (базовых и составных) системы B .

Выражение (13) является системным аналогом теоретико-множественного выражения (4), но проще его записать аналогично (2):

$$N_k = N_A \cup N_B \quad (14)$$

Подставим в выражение (14) переменные N_A и N_B из (11) и (12):

$$N_k = \sum_{m=1}^M C_A^m \cup \sum_{m=1}^M C_B^m \quad (15)$$

В выражении (15) все элементы систем A и B (базовые и составные) по сути, рассматриваются как элементы множеств. Операторы суммирования вычисления количества сочетаний в выражении (15) понимаются не как арифметические операторы, а как символические порождающие операторы теории множеств, которые содержат обобщенное аналитическое описание алгоритма генерации элементов систем на базе порождающих множеств A и B .

Однако в системной теории множеств в случае объединения 2-х и более систем возникает системный (синергетический) эффект, состоящий в отклонении от аддитивности (6), т.е. в том, что сумма элементов в объединенной системе (16) *превосходит*⁹ сумму элементов в исходных системах (15). Математически это можно выразить, добавив в выражение (15) еще одно слагаемое S , отражающее системный эффект:

$$N_s = \sum_{m=1}^M C_A^m \cup \sum_{m=1}^M C_B^m + S \quad (16)$$

Это слагаемое S равно числу тех *составных* элементов объединенной системы, которые могли возникнуть *только* в результате объединения этих 2-х систем, т.е. которые включают элементы как 1-й, так 2-й систем, и которых до объединения этих систем не было ни в одной из них.

Например, при объединении 2-х систем, содержащих на 1-м уровне иерархии *простые числа*, а на 2-м уровне *составные числа*, являющиеся произведениями различных пар простых сомножителей, образуется объединенная система, 1-й уровень которой является объединением 1-х уровней исходных систем, а 2-й образуется по тому же алгоритму, что и в них (рисунок 3):

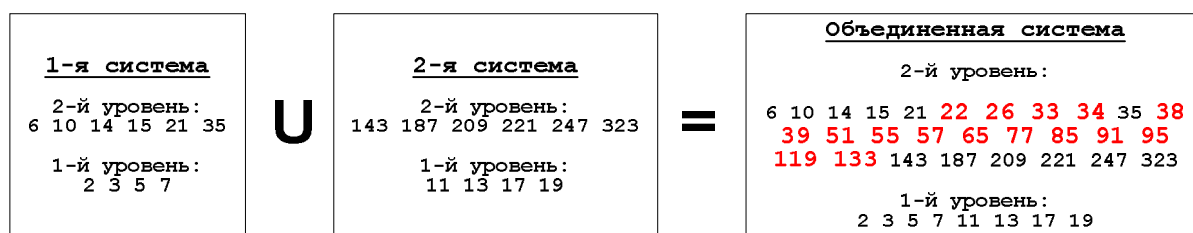


Рисунок 3. Объединение 2-х систем из простых чисел на базовом уровне и сложных чисел, образованных из пар простых, на 2-м уровне¹⁰

Может возникнуть впечатление, что пример объединения символических числовых систем носит какой-то абстрактный и узко-специальный характер и не имеет отношения к реальным системам. Но это не так, что

⁹ Если же количество элементов в объединенной системе меньше числа элементов в исходных системах, то наблюдается эффект антисистемы [11].

¹⁰ Пример разработан с помощью авторской программы, размещенной по адресу: <http://www.twirpx.com/file/370725/> при параметрах «по умолчанию» и максимальным уровнем сложности

ясно уже из того, что элементы базового уровня реальных систем в самых разных предметных областях могут быть *закодированы* с помощью простых чисел, а их составные элементы, образованные из базовых – соответствующими составными числами, образованными этими простыми сомножителями, и между этими числовыми кодами и элементами реальных систем будет установлено взаимно-однозначное соответствие. Таким образом, рассматриваемую в данном примере символическую систему можно рассматривать как универсальную и адекватную модель реальных систем. Так если закодировать элементы таблицы Д.И.Менделеева простыми числами, то различным образованным из них химическим соединениям будут соответствовать сложные числа, образованные *произведениями* соответствующих простых сомножителей. Аналогично, если символам алфавита поставить в соответствие простые числа, то словам будут соответствовать числа, представляющие собой их произведения¹¹. Если же взять логарифм от составного числа, то он будет равен *сумме* логарифмов его простых сомножителей (что соответствует переходу к логарифмической шкале и в некоторых случаях удобнее, т.к. размер чисел меньше и *мультипликативность взаимно-однозначно заменяется аддитивностью*).

В таблицах 1–4 приведены данные о том, какие составные числа произведениями каких простых являются в рассматриваемом примере:

Таблица 1 – СОСТАВ ЭЛЕМЕНТОВ 1-Й СИСТЕМЫ

Элемент	Уровень иерархии	Простые сомножители	
		1-й	2-й
2	1	2	
3	1	3	
5	1	5	
7	1	7	
6	2	2	3
10	2	2	5
14	2	2	7
15	2	3	5
21	2	3	7
35	2	5	7

¹¹ Правда, для расчета количества подобных возможных сочетаний необходимо использовать формулы *числа сочетаний с повторениями*: $\bar{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = C_{n+k-1}^{n-1}$. С использованием этого выражения, приводимые в статье формулы, могут быть обобщены на случай, когда повторения допустимы (формально чаще всего для этого достаточно поставить черточку на символ число сочетаний). В словах играет роль *порядок* букв, но нет принципиальных проблем для обобщения полученных выражений и на этот случай.

Таблица 2 – СОСТАВ ЭЛЕМЕНТОВ 2-Й СИСТЕМЫ

Элемент	Уровень иерархии	Простые сомножители	
		1-й	2-й
11	1	11	
13	1	13	
17	1	17	
19	1	19	
143	2	11	13
187	2	11	17
209	2	11	19
221	2	13	17
247	2	13	19
323	2	17	19

Таблица 3 – СОСТАВ ЭЛЕМЕНТОВ ОБЪЕДИНЕННОЙ СИСТЕМЫ

Элемент	Уровень иерархии	Простые сомножители	
		1-й	2-й
2	1	2	
3	1	3	
5	1	5	
7	1	7	
11	1	11	
13	1	13	
17	1	17	
19	1	19	
6	2	2	3
10	2	2	5
14	2	2	7
22	2	2	11
26	2	2	13
34	2	2	17
38	2	2	19
15	2	3	5
21	2	3	7
33	2	3	11
39	2	3	13
51	2	3	17
57	2	3	19
35	2	5	7
55	2	5	11
65	2	5	13
85	2	5	17
95	2	5	19
77	2	7	11
91	2	7	13
119	2	7	17
133	2	7	19
143	2	11	13
187	2	11	17
209	2	11	19
221	2	13	17
247	2	13	19
323	2	17	19

Таблица 4 – СОСТАВ ЭЛЕМЕНТОВ ПОДСИСТЕМЫ ОБЪЕДИНЕННОЙ СИСТЕМЫ, СОДЕРЖАЩЕЙ ЭЛЕМЕНТЫ, ОБРАЗОВАННЫЕ ЗА СЧЕТ СИСТЕМНОГО ЭФФЕКТА

Элемент	Уровень иерархии	Простые сомножители	
		1-й	2-й
22	2	2	11
26	2	2	13
34	2	2	17
38	2	2	19
33	2	3	11
39	2	3	13
51	2	3	17
57	2	3	19
55	2	5	11
65	2	5	13
85	2	5	17
95	2	5	19
77	2	7	11
91	2	7	13
119	2	7	17
133	2	7	19

Числа, показанные на рисунке 3 черным цветом на 2-м уровне объединенной системы, есть на 2-м уровне либо 1-й системы, либо 2-й. Если бы системы объединялись как множества, то никаких других элементов на 2-м уровне объединенной системы и не было бы. Но при объединении систем в объединенной системе могут возникать элементы, образованные из сочетаний базовых элементов нескольких исходных систем одновременно, которых не было в исходных системах и которые могли образоваться только в объединенной системе. В нашем примере на рисунке 3 это числа, показанные более крупным шрифтом и красным цветом на 2-м уровне объединенной системы, образованные из различных пар простых чисел, одно из которых принадлежит 1-й системе, а 2-е – второй (см. таблицы 1–4).

Получим аналитическое выражение для этого числа элементов S . У нас уже есть одно выражение для мощности объединенной системы (16). Чтобы найти S , необходимо иметь *еще одно* независимое от выражения (16) выражение для N_s . Это выражение (17) совершенно аналогично выра-

жениями (11) и (12), т.е. число всех элементов N_s в объединенной системе равно:

$$N_s = \sum_{m=1}^M C_{A+B}^m \quad (17)$$

или точнее:

$$N_s = \sum_{m=1}^M C_{A \cup B}^m \quad (18)$$

Выражения (17) и (18) эквивалентны и являются системным обобщением соответственно выражений (1) и (2) классической теории множеств в рамках СТМ.

При уменьшении сложности системы M система все в меньшей степени отличается от множества своих базовых элементов и при $M=1$ система переходит в это множество (т.к. составных элементов в нем нет) и выражение (16) преобразуется в (4):

$$N_s = A + B - A \cap B \quad (19)$$

т.е. преобразуется в выражение (4). Это и означает выполнение **принципа соответствия**¹² между системным обобщением теории множеств (СТМ) и классической теорией множеств (КТМ), когда на основе базовых элементов множеств не создаются составные элементы, т.е. при уровне системности равном 1. Необходимо отметить, что *выполнение принцип соответствия является обязательным для более общей теории, и системное обобщение теории множеств удовлетворяет этому принципу.*

Если найти S из выражения (16) и подставить в него выражение N_s из выражения (18), то получим:

¹² <http://ru.wikipedia.org/wiki/Принцип%20соответствия>

$$\sum_{m=1}^M C_{A \cup B}^m = \sum_{m=1}^M C_A^m \cup \sum_{m=1}^M C_B^m + S \quad (19)$$

откуда:

$$S_{abc} = \sum_{m=1}^M C_{A \cup B}^m - \left(\sum_{m=1}^M C_A^m \cup \sum_{m=1}^M C_B^m \right) \quad (20)$$

Выражения (19) и (20) представляют собой искомые выражения для *абсолютной величины системного эффекта*, образующегося за счет объединения 2-х систем без повторяющихся элементов с правилом запрета в форме ограничения на максимальную сложность подсистем (составных элементов) или количество уровней иерархии в системе, равным M .

Обобщим выражения (19) и (20) на произвольное количество систем. Пусть дано не 2 системы, а семейство систем: $\{K_a\}_{a \in A}$. Как уже отмечалось выше в выражениях (20) и (21) в качестве значения M можно взять максимальный из уровней сложности всех систем:

$$M = \underset{\forall a \in A}{\text{Max}} \{M_a\} \quad (22)$$

где: M_a – уровень сложности системы K_a . Тогда для случая многих систем выражения (20) и (21) обобщаются следующим образом:

$$\sum_{m=1}^M C_{\bigcup_{a \in A} K_a}^m = \bigcup_{a \in A} \sum_{m=1}^M C_{K_a}^m + S \quad (23)$$

В формуле (23) использованы символика и обозначения из статьи¹³. Непосредственно из (23) получаем выражение для величины системного эффекта S , получаемого при объединении систем семейства $\{K_a\}_{a \in A}$:

¹³ <http://ru.wikipedia.org/wiki/Объединение%20множеств>

$$S = \sum_{m=1}^M C_{\bigcup_{a \in A} K_a}^m - \bigcup_{a \in A} \sum_{m=1}^M C_{K_a}^m \quad (24)$$

Итак, *абсолютная величина системного эффекта*, образующегося за счет объединения систем, равна *количеству* составных элементов (подсистем), которые включают базовые элементы обеих систем и, следовательно, могут образоваться только после этого объединения.

Однако проблема интерпретации и оценки *абсолютной величины системного эффекта* (20) состоит в том, что по самому этому количеству сложно понять, большое оно, среднее или незначительное, т.к. его *не с чем сравнивать*, т.е. нет базы сравнения. В качестве *естественной базы сравнения* предлагается использовать *суммарное количество элементов в исходных системах до объединения*.

В результате получим выражение для *относительной величины системного эффекта*, образующегося за счет объединения 2-х систем с правилом запрета в форме ограничения на максимальную сложность подсистем (составных элементов), равным M :

$$S_{отн} = \frac{\sum_{m=1}^M C_{A \cup B}^m - \left(\sum_{m=1}^M C_A^m \cup \sum_{m=1}^M C_B^m \right)}{\left(\sum_{m=1}^M C_A^m \cup \sum_{m=1}^M C_B^m \right)} = \frac{\sum_{m=1}^M C_{A \cup B}^m}{\sum_{m=1}^M C_A^m \cup \sum_{m=1}^M C_B^m} - 1$$

Или окончательно:

$$S_{отн} = \frac{\sum_{m=1}^M C_{A \cup B}^m}{\sum_{m=1}^M C_A^m \cup \sum_{m=1}^M C_B^m} - 1 \quad (25)$$

Обратим внимание на то, что, как и в параметре ROI¹⁴, вычитание 1 из отношения является одним из способов *нормировки выражения*, равно-го 1 к 0 *при отсутствии системного эффекта*, что более естественно и лучше приспособлено для его использования в качестве *частного критерия* в аддитивном интегральном критерии. Другим способом нормировки, дающим тот же результат (с точностью до единиц измерения), является взятие логарифма из этого отношения:

$$S_{отн} = \text{Log}_2 \frac{\sum_{m=1}^M C_{A \cup B}^m}{\sum_{m=1}^M C_A^m \cup \sum_{m=1}^M C_B^m} \quad (26)$$

Этот вариант более интересен чем (25) из-за прозрачной аналогии с формулой А.Харкевича для количественной меры семантической целесообразности информации, что позволяет привлечь для исследований в области СТМ богатейший идейный арсенал теории информации, ее применения для управления и управления знаниями.

Обобщение выражения (26) на произвольное количество систем семейства: $\{K_a\}_{a \in A}$:

$$S_{отн} = \text{Log}_2 \frac{\sum_{m=1}^M C_{\bigcup_{a \in A} K_a}^m}{\bigcup_{a \in A} \sum_{m=1}^M C_{K_a}^m} \quad (27)$$

Рассмотрим связь системного обобщения теории множеств с теорией информации.

Понятие информации тесно связано с комбинаторными представлениями. По Р.Хартли [18] количество информации I , получаемое при иден-

¹⁴ См., например: <http://ru.wikipedia.org/wiki/ROI>, <http://shuvalov.wmsite.ru/materialy-stati/analiz-raschety/roi>

тификации элемента множества мощностью W при равновероятной встрече различных элементов, равно:

$$I = \text{Log}_2 W \quad (28)$$

К.Шенноном на основе статистического подхода выражение Р.Хартли обобщено на случай неравновероятных событий [17]. А.Н.Колмогоров развил комбинаторный и алгоритмический подход к понятию сложности системы и на его основе разработал новое определение понятия информации и также получил формулу К.Шеннона [16], причем по некоторым данным даже раньше самого К.Шеннона.

С современной точки зрения понятие информации теснейшим образом связано с понятием множества. Поэтому совершенно естественной выглядит мысль исследовать как меняется понятие информации при реализации программной идеи *системного обобщения математики* [2], т.е. в результате замены понятия множества более общим понятием системы. В работах [1, 6] исследованы некоторые следствия реализации этой программы в теории информации. Продолжим эту работу с использованием результатов, полученных в данной статье.

Если формулу (28) применить к системе, основанной на W базовых элементов с M уровнями иерархии (10), то получим:

$$I = \text{Log}_2 \sum_{m=1}^M C_W^m \quad (29)$$

Выражение (29) предложено автором в 2001 году [10] и исследовано в работе [1]. Из применения выражения (29) для расчета количества информации, содержащегося в объединенной системе (18) и в исходных системах, рассматриваемых совместно как множества (15), следует выражение для количества информации, получаемого при идентификации элемента

подсистемы, возникшей за счет системного эффекта при объединении двух подсистем:

$$I = \text{Log}_2 \sum_{m=1}^M C_{A \cup B}^m - \text{Log}_2 \left(\sum_{m=1}^M C_A^m \cup \sum_{m=1}^M C_B^m \right) \quad (30)$$

Отметим, что из выражения (30) непосредственно вытекает (31)¹⁵:

$$I = \frac{\text{Log}_2 \sum_{m=1}^M C_{A \cup B}^m}{\text{Log}_2 \left(\sum_{m=1}^M C_A^m \cup \sum_{m=1}^M C_B^m \right)} \quad (31)$$

Это и есть окончательное выражение для количества информации, получаемого при идентификации элемента подсистемы, возникшей за счет системного эффекта при объединении двух подсистем.

По своей математической форме выражение (31) очень напоминает коэффициент эмерджентности Хартли (7), отражающий уровень системности локальной системы, т.е. степень ее отличия от множества. Поэтому у нас есть все основания назвать выражение (31) обобщенным коэффициентом эмерджентности Хартли, который показывает степень отличия объединения систем от исходных систем за счет системного эффекта, возникающего за счет этого объединения.

Полученные выражения стандартно обобщаются на случай объединения многих систем. Например, выражение (31) для случая объединения систем семейства $\{K_a\}_{a \in A}$ принимает вид (32):

¹⁵ $\log_a \frac{b}{c} = \log_a |b| - \log_a |c| \quad \left(\frac{b}{c} > 0 \right)$

$$I = \frac{\text{Log}_2 \sum_{m=1}^M \prod_{a \in A} C_{K_a}^m}{\text{Log}_2 \prod_{a \in A} \sum_{m=1}^M C_{K_a}^m} \quad (32)$$

Все полученные выражения стандартно обобщаются также на непрерывный случай путем замены факториалов при расчете числа сочетаний на гамма-функции [1].

Рассмотрим примеры объединения систем, в т.ч. численные.

Наиболее яркие примеры системного эффекта, возникающего при объединении систем, можно наблюдать в процессе биологической эволюции. Логично предположить, что если системный эффект, возникающий за счет объединения двух систем (31) настолько велик, что сопоставим с уровнем системности локальной системы (7), аналогичной исходным, то за счет этого системного эффекта могут возникать новые локальные системы, подобные исходным (33):

$$\frac{\text{Log}_2 \sum_{m=1}^M C_{A \cup B}^m}{\text{Log}_2 \left(\sum_{m=1}^M C_A^m \cup \sum_{m=1}^M C_B^m \right)} \approx \frac{\text{Log}_2 \sum_{m=1}^M C_W^m}{\text{Log}_2 W} \quad (33)$$

На рисунке 4 приведен простой генетический алгоритм (ГА), являющийся моделью биологической эволюции [14]. Работа ГА представляет собой итерационный процесс, который продолжается до тех пор, пока поколения не перестанут существенно отличаться друг от друга, или не пройдет заданное количество поколений или заданное время. Для каждого поколения реализуются отбор, кроссовер (скрещивание), мутация и генерация следующего поколения. В этом алгоритме есть этапы, на которых

проявляются системные эффекты, связанные с появлением следующего поколения в результате объединения особей предыдущего поколения. Рассмотрим этот алгоритм.

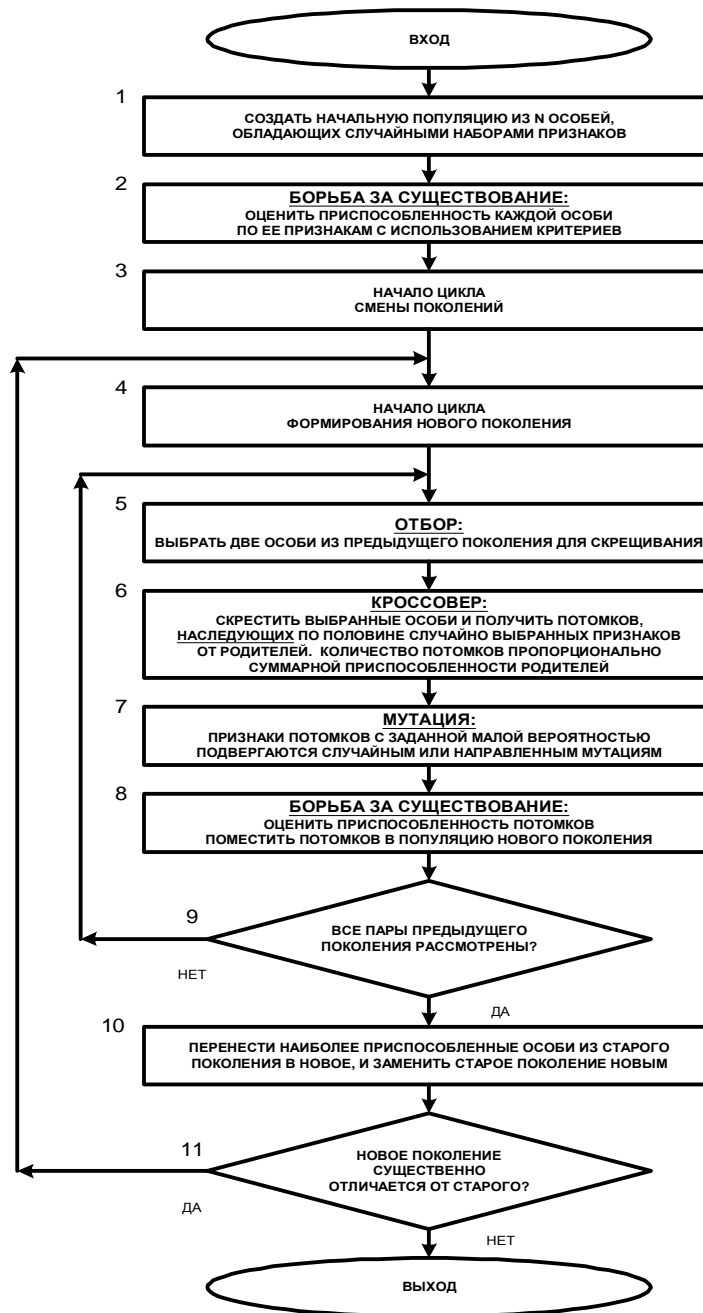


Рисунок 4. Простой генетический алгоритм

Шаг 1: генерируется начальная популяция, состоящая из N особей со случайными наборами признаков.

Шаг 2 (борьба за существование): вычисляется абсолютная приспособленность каждой особи популяции к условиям среды $f(i)$ и суммарная приспособленность особей популяции, характеризующая приспособленность всей популяции. Затем при *пропорциональном отборе* для каждой особи вычисляется ее *относительный вклад в суммарную приспособленность популяции* $P_s(i)$, т.е. отношение ее абсолютной приспособленности $f(i)$ к суммарной приспособленности всех особей популяции (34):

$$P_s(i) = \frac{f(i)}{\sum_{i=1}^N f(i)} \quad (34)$$

В выражении (34) сразу обращает на себя внимание возможность сравнения абсолютной приспособленности i -й особи $f(i)$ не с суммарной приспособленностью всех особей популяции, а со *средней* абсолютной приспособленностью особи популяции (35):

$$\bar{f} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(i) \quad (35)$$

Тогда получим (36):

$$P(i) = \frac{f(i)}{\bar{f}} = \frac{f(i)}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(i)} \quad (36)$$

Если взять логарифм по основанию 2 от выражения (36), т.е. перейти к логарифмической шкале (что соответствует закону Фехнера¹⁶), то получим *количество информации, содержащееся в признаках особи о том, что она выживет и даст потомство* (37):

$$I(i) = \text{Log}_2 \frac{f(i)}{\bar{f}} \quad (37)$$

¹⁶ ru.wikipedia.org/wiki/Закон_Фехнера

Необходимо отметить, что эта формула *совпадает* с формулой для семантического количества информации А.Харкевича, если «целью» биологической эволюции считать индивидуальное выживание и продолжение рода (выживание вида). Это значит, что даже чисто формально приспособленность особи представляет собой количество информации, содержащееся в ее фенотипе о продолжении ее генотипа в последующих поколениях.

Поскольку количество потомства особи пропорционально ее приспособленности, то естественно считать, что *если это количество информации:*

- *положительно*, то данная особь выживает и дает потомство, численность которого пропорциональна этому количеству информации;
- *равно нулю*, то особь доживает до половозрелого возраста, но потомства не дает (его численность равна нулю);
- *меньше нуля*, то особь погибает до достижения половозрелого возраста.

Таким образом, можно сделать фундаментальный вывод, имеющий даже мировоззренческое звучание, о том, что *естественный отбор представляет собой процесс генерации, накопления и передачи от прошлых поколений к будущим информации о выживании и продолжении рода в ряде поколений популяции, как системы*.

Это накопление информации происходит на различных уровнях иерархии *популяции, как системы*, включающей:

- элементы системы: отдельные особи;
- взаимосвязи между элементами: отношения между особями в популяции, обеспечивающие передачу последующим поколениям максимального количества информации об их выживании и продолжении рода (путем скрещивания наиболее приспособленных особей и наследования рациональных приобретений);

– цель системы: сохранение и развитие популяции, реализуется через цели особей: индивидуальное выживание и продолжение рода.

Фенотип соответствует генотипу и представляет собой его внешнее проявление в признаках особи в условиях фактической среды. Особь взаимодействует с окружающей средой и другими особями в соответствии со своим фенотипом. В случае, если это взаимодействие удачно, то особь передает генетическую информацию, определяющую фенотип, последующим поколениям.

Шаг 3: начало цикла смены поколений.

Шаг 4: начало цикла формирования нового поколения.

Шаг 5 (отбор): осуществляется *пропорциональный отбор* особей, которые могут участвовать в продолжении рода. Отбираются только те особи популяции, у которых количество информации в фенотипе и генотипе о выживании и продолжении рода положительно, причем вероятность выбора пропорциональна этому количеству информации.

Шаг 6 (кроссовер): отобранные для продолжения рода на предыдущем шаге особи с заданной вероятностью P_c подвергаются *скрещиванию* или *кроссоверу (рекомбинации)*. Если кроссовер происходит, то потомки получают по половине случайным образом определенных признаков от каждого из родителей.

Численность потомства пропорциональна суммарной приспособленности родителей, т.е. величине системного эффекта, возникающего за счет их объединения в систему (38).

$$I = \frac{\text{Log}_2 \sum_{m=1}^M C_{A \cup B}^m}{\text{Log}_2 \left(\sum_{m=1}^M C_A^m \cup \sum_{m=1}^M C_B^m \right)} \quad (38)$$

В некоторых вариантах ГА потомки после своего появления заменяют собой родителей и переходят к мутации. Если кроссовер не происходит, то исходные особи – несостоявшиеся родители, переходят на стадию мутации.

Шаг 7 (мутация): выполняются операторы *мутации*. При этом признаки потомков с вероятностью P_m случайным образом изменяются на другие. Отметим, что использование механизма случайных мутаций роднит генетические алгоритмы с таким широко известным методом имитационного моделирования, как *метод Монте-Карло*.

Шаг 8 (борьба за существование): оценивается приспособленность потомков (по тому же алгоритму, что и на шаге 2).

Шаг 9: проверяется, все ли отобранные особи дали потомство.

Если нет, то происходит переход на шаг 5 и продолжается формирование нового поколения, иначе – переход на следующий шаг 10.

Шаг 10: происходит смена поколений:

- потомки помещаются в новое поколение;
- наиболее приспособленные особи из старого поколения переносятся в новое, причем для каждой из них это возможно не более заданного количества раз;
- полученная новая популяция замещает собой старую.

Шаг 11: проверяется выполнение условия останова генетического алгоритма. **Выход** из генетического алгоритма происходит либо тогда, когда новые поколения перестают существенно отличаться от предыдущих, т.е., как говорят, "алгоритм сходится", либо когда пройдено заданное количество поколений или заданное время работы алгоритма (чтобы не было "зацикливания" и динамического зависания в случае, когда решение не может быть найдено в заданное время).

Если ГА сошелся, то это означает, что решение найдено, т.е. получено поколение, идеально приспособленное к условиям данной фиксированной среды обитания.

Иначе – переход на шаг 4 – начало формирования нового поколения.

В реальной биологической эволюции этим дело не ограничивается, т.к. любая популяция кроме освоения некоторой экологической ниши пытается также выйти за ее пределы освоить и другие ниши, как правило "смежные". Именно за счет этих процессов жизнь вышла из моря на сушу, проникла в воздушное пространство и поверхностный слой почвы, а сейчас осваивает космическое пространство.

Рассмотрим второй пример с объединением систем натуральных чисел, основанных на базовых элементах, являющихся простыми числами. Для этого автором разработана программа, которая обеспечивает:

1. Задание в диалоге двух диапазонов простых чисел, являющихся базовыми элементами 1-й и 2-й систем, а также задание *диапазона* изменения M (ограничения на сложность подсистем - составных чисел).

Для всех M :

2. Генерацию простых чисел без повторов в заданных диапазонах, являющихся соответственно базовыми элементами 1-й и 2-й системы.

3. Объединение множеств простых чисел, являющихся базовыми элементами 1-й и 2-й систем, и формирование множества базовых элементов объединенной системы (без повторов).

4. Генерацию на основе простых чисел, являющихся базовыми элементами 1-й и 2-й системы, составных натуральных чисел, являющихся произведениями $2, 3, \dots, M$ простых чисел и образующих вместе с базовыми простыми числами 1-ю и 2-ю системы.

5. Генерацию на основе простых чисел, являющихся базовыми элементами объединенной системы, составных натуральных чисел, являющихся произведениями $2, 3, \dots, M$ простых чисел и образующих вместе с базовыми простыми числами объединенную систему.

6. Поиск в объединенной системе составных чисел, которых нет ни в одной из исходных систем. Эти числа и составляют новую подсистему, образование которой и представляет собой системный эффект, возникающий при этом объединении, нарушающую аддитивность объединения систем и

отличающую операцию объединения систем в системном обобщении теории множеств от объединения множеств в классической теории множеств.

7. Количественный расчет коэффициентов эмерджентности Хартли для 1-й, 2-й и объединенной локальных систем и обобщенного коэффициента эмерджентности Хартли, отражающего величину системного эффекта, возникающего при объединении этих двух числовых систем, образованных на простых числах заданных диапазонов. Печать поэлементного состава 1-й, 2-й и объединенной систем, а также подсистемы системного эффекта по уровням иерархии

8. Исследование зависимости системного эффекта от различных параметров объединяемых систем (количества базовых элементов, уровня сложности систем и других).

Экранная форма этой программы приведена на рисунке 5:

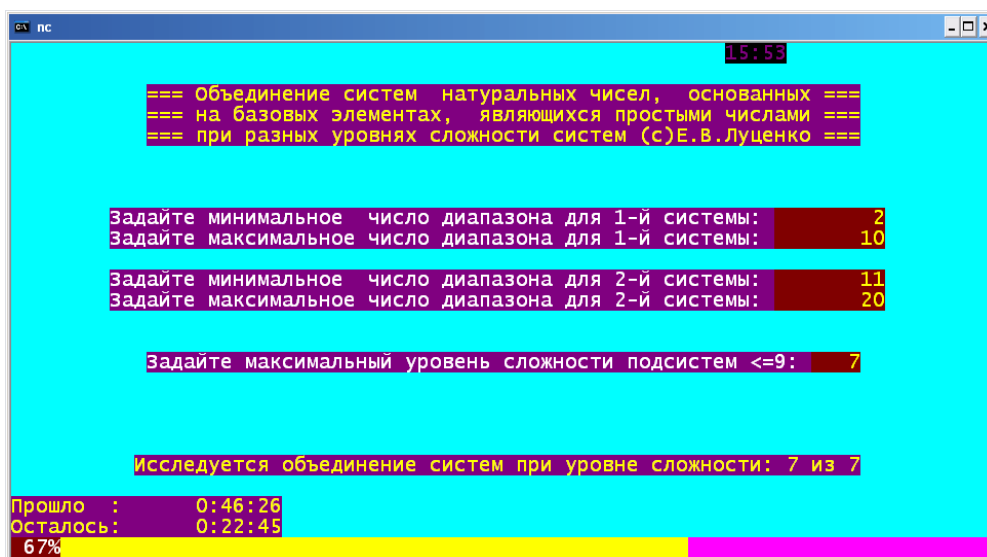


Рисунок 5. Экранная форма программы численного моделирования объединения систем натуральных чисел, основанных на базовых элементах, являющихся простыми числами

Исполнимый модуль, исходный текст (на языке программирования CLIPPER 5.01) и численный пример применения программы, моделирующей объединение 2-х систем с различными уровнями сложности приведены автором по адресу: <http://www.twirpx.com/file/370725/>.

Рассмотрим численные примеры объединения двух систем, смоделированные с помощью приведенной программы при различных параметрах.

При запуске программы с указанными ниже параметрами она формирует выходной файл с именем System.txt (считывается MS Word как DOS Text), приведенный ниже.

Объединение двух систем натуральных чисел, основанных на базовых элементах, являющихся простыми числами, при разных уровнях сложности систем.
(Системное обобщение теории множеств. Е.В.Луценко)

Диапазон базовых элементов 1-й системы: 2-10
Диапазон базовых элементов 2-й системы: 11-20
Диапазон уровней сложности: 1-7

УРОВЕНЬ СЛОЖНОСТИ=1

```
1-Я СИСТЕМА === Sys_1.dbf =====
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
2 3 5 7
=====
Всего элементов=4, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.0000000
=====
```

```
2-Я СИСТЕМА === Sys_2.dbf =====
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
11 13 17 19
=====
Всего элементов=4, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.0000000
=====
```

```
ОБЪЕДИНЕННАЯ СИСТЕМА === Sys_U.dbf =====
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=8
2 3 5 7 11 13 17 19
=====
Всего элементов=8, из них базовых: 8
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.0000000
=====
```

```
СИСТЕМНЫЙ ЭФФЕКТ === Sys_s.dbf =====
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
=====
Всего элементов=0, из них базовых: 0
=====
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли=1.0000000
A=4. B=4. AUB=8. AUB-A-B=0
=====
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
степень отличия системы от множества базовых элементов
=====
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
величину системного эффекта, возникающего при объеди-
нении нескольких систем в одну
=====
```

УРОВЕНЬ СЛОЖНОСТИ=2

```
1-Я СИСТЕМА === Sys_1.dbf =====
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
6 10 14 15 21 35
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
2 3 5 7
=====
Всего элементов=10, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.6609640
=====
```

```
2-Я СИСТЕМА === Sys_2.dbf =====
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
143 187 209 221 247 323
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
11 13 17 19
```

```

=====
Всего элементов=10, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.6609640
=====

```

```

ОБЪЕДИНЕННАЯ СИСТЕМА === Sys_U.dbf =====
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=28
6 10 14 15 21 22 26 33 34 35 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133 143 187 209 221 247 323
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=8
2 3 5 7 11 13 17 19

```

```

=====
Всего элементов=36, из них базовых: 8
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.7233083
=====

```

```

СИСТЕМНЫЙ ЭФФЕКТ === Sys_s.dbf =====
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=16
22 26 33 34 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0

```

```

=====
Всего элементов=16, из них базовых: 0
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли=1.1962080
A=10. B=10. AUB=36. AUB-A-B=16
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
степень отличия системы от множества базовых элементов
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
величину системного эффекта, возникающего при объеди-
нении нескольких систем в одну
=====

```

УРОВЕНЬ СЛОЖНОСТИ=3

```

1-Я СИСТЕМА === Sys_1.dbf =====
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
30 42 70 105
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
6 10 14 15 21 35
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
2 3 5 7

```

```

=====
Всего элементов=14, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.9036775
=====

```

```

2-Я СИСТЕМА === Sys_2.dbf =====
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
2431 2717 3553 4199
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
143 187 209 221 247 323
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
11 13 17 19

```

```

=====
Всего элементов=14, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.9036775
=====

```

```

ОБЪЕДИНЕННАЯ СИСТЕМА === Sys_U.dbf =====
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56
30 42 66 70 78 102 105 110 114 130 154 165 170 182 190 195 231 238 255 266 273 285 286 357 374 385 399 418
429 442 455 494 561 595 627 646 663 665 715 741 935 969 1001 1045 1105 1235 1309 1463 1547 1615 1729 2261
2431 2717 3553 4199
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=28
6 10 14 15 21 22 26 33 34 35 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133 143 187 209 221 247 323
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=8
2 3 5 7 11 13 17 19

```

```

=====
Всего элементов=92, из них базовых: 8
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=2.1745207
=====

```

```

СИСТЕМНЫЙ ЭФФЕКТ === Sys_s.dbf =====
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=48
66 78 102 110 114 130 154 165 170 182 190 195 231 238 255 266 273 285 286 357 374 385 399 418 429 442 455
494 561 595 627 646 663 665 715 741 935 969 1001 1045 1105 1235 1309 1463 1547 1615 1729 2261
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=16
22 26 33 34 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0

```

```

=====
Всего элементов=64, из них базовых: 0
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли=1.3569961
A=14. B=14. AUB=92. AUB-A-B=64
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
степень отличия системы от множества базовых элементов

```

Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли отражает величину системного эффекта, возникающего при объединении нескольких систем в одну
 =====

УРОВЕНЬ СЛОЖНОСТИ=4

1-Я СИСТЕМА === Sys_1.dbf =====
 4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=1
 210
 3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
 30 42 70 105
 2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
 6 10 14 15 21 35
 1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
 2 3 5 7

Всего элементов=15, из них базовых: 4
 Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.9534453
 =====

2-Я СИСТЕМА === Sys_2.dbf =====
 4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=1
 46189
 3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
 2431 2717 3553 4199
 2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
 143 187 209 221 247 323
 1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
 11 13 17 19

Всего элементов=15, из них базовых: 4
 Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.9534453
 =====

ОБЪЕДИНЕННАЯ СИСТЕМА === Sys_U.dbf =====
 4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=70
 210 330 390 462 510 546 570 714 770 798 858 910 1122 1155 1190 1254 1326 1330 1365 1430 1482 1785 1870 1938
 1995 2002 2090 2145 2210 2470 2618 2805 2926 3003 3094 3135 3230 3315 3458 3705 3927 4389 4522 4641 4845
 4862 5005 5187 5434 6545 6783 7106 7293 7315 7735 8151 8398 8645 10659 11305 12155 12597 13585 17017 17765
 19019 20995 24871 29393 46189
 3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56
 30 42 66 70 78 102 105 110 114 130 154 165 170 182 190 195 231 238 255 266 273 285 286 357 374 385 399 418
 429 442 455 494 561 595 627 646 663 665 715 741 935 969 1001 1045 1105 1235 1309 1463 1547 1615 1729 2261
 2431 2717 3553 4199
 2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=28
 6 10 14 15 21 22 26 33 34 35 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133 143 187 209 221 247 323
 1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=8
 2 3 5 7 11 13 17 19

Всего элементов=162, из них базовых: 8
 Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=2.4466167
 =====

СИСТЕМНЫЙ ЭФФЕКТ === Sys_s.dbf =====
 4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=68
 330 390 462 510 546 570 714 770 798 858 910 1122 1155 1190 1254 1326 1330 1365 1430 1482 1785 1870 1938
 1995 2002 2090 2145 2210 2470 2618 2805 2926 3003 3094 3135 3230 3315 3458 3705 3927 4389 4522 4641 4845
 4862 5005 5187 5434 6545 6783 7106 7293 7315 7735 8151 8398 8645 10659 11305 12155 12597 13585 17017 17765
 19019 20995 24871 29393
 3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=48
 66 78 102 110 114 130 154 165 170 182 190 195 231 238 255 266 273 285 286 357 374 385 399 418 429 442 455
 494 561 595 627 646 663 665 715 741 935 969 1001 1045 1105 1235 1309 1463 1547 1615 1729 2261
 2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=16
 22 26 33 34 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133
 1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0

Всего элементов=132, из них базовых: 0
 =====
 Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли=1.4958251
 A=15. B=15. AUB=162. AUB-A-B=132
 =====

Локальный коэффициент эмерджентности Хартли отражает степень отличия системы от множества базовых элементов
 =====

Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли отражает величину системного эффекта, возникающего при объединении нескольких систем в одну
 =====

УРОВЕНЬ СЛОЖНОСТИ=5

1-Я СИСТЕМА === Sys_1.dbf =====
 5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
 4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=1
 210
 3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4

30 42 70 105

2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6

6 10 14 15 21 35

1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4

2 3 5 7

 Всего элементов=15, из них базовых: 4

Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.9534453

=====

2-я СИСТЕМА === Sys_2.dbf =====

5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0

4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=1

46189

3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4

2431 2717 3553 4199

2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6

143 187 209 221 247 323

1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4

11 13 17 19

 Всего элементов=15, из них базовых: 4

Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.9534453

=====

ОБЪЕДИНЕННАЯ СИСТЕМА === Sys_U.dbf =====

5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56

2310 2730 3570 3990 4290 5610 6006 6270 6630 7410 7854 8778 9282 9690 10010 10374 13090 13566 14586 14630
 15015 15470 16302 17290 19635 21318 21945 22610 23205 24310 25194 25935 27170 33915 34034 35530 36465 38038
 40755 41990 49742 51051 53295 57057 58786 62985 74613 85085 88179 92378 95095 124355 138567 146965 230945
 323323

4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=70

210 330 390 462 510 546 570 714 770 798 858 910 1122 1155 1190 1254 1326 1330 1365 1430 1482 1785 1870 1938
 1995 2002 2090 2145 2210 2470 2618 2805 2926 3003 3094 3135 3230 3315 3458 3705 3927 4389 4522 4641 4845
 4862 5005 5187 5434 6545 6783 7106 7293 7315 7735 8151 8398 8645 10659 11305 12155 12597 13585 17017 17765
 19019 20995 24871 29393 46189

3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56

30 42 66 70 78 102 105 110 114 130 154 165 170 182 190 195 231 238 255 266 273 285 286 357 374 385 399 418
 429 442 455 494 561 595 627 646 663 665 715 741 935 969 1001 1045 1105 1235 1309 1463 1547 1615 1729 2261
 2431 2717 3553 4199

2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=28

6 10 14 15 21 22 26 33 34 35 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133 143 187 209 221 247 323

1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=8

2 3 5 7 11 13 17 19

 Всего элементов=218, из них базовых: 8

Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=2.5893948

=====

СИСТЕМНЫЙ ЭФФЕКТ === Sys_s.dbf =====

5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56

2310 2730 3570 3990 4290 5610 6006 6270 6630 7410 7854 8778 9282 9690 10010 10374 13090 13566 14586 14630
 15015 15470 16302 17290 19635 21318 21945 22610 23205 24310 25194 25935 27170 33915 34034 35530 36465 38038
 40755 41990 49742 51051 53295 57057 58786 62985 74613 85085 88179 92378 95095 124355 138567 146965 230945
 323323

4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=68

330 390 462 510 546 570 714 770 798 858 910 1122 1155 1190 1254 1326 1330 1365 1430 1482 1785 1870 1938
 1995 2002 2090 2145 2210 2470 2618 2805 2926 3003 3094 3135 3230 3315 3458 3705 3927 4389 4522 4641 4845
 4862 5005 5187 5434 6545 6783 7106 7293 7315 7735 8151 8398 8645 10659 11305 12155 12597 13585 17017 17765
 19019 20995 24871 29393

3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=48

66 78 102 110 114 130 154 165 170 182 190 195 231 238 255 266 273 285 286 357 374 385 399 418 429 442 455
 494 561 595 627 646 663 665 715 741 935 969 1001 1045 1105 1235 1309 1463 1547 1615 1729 2261

2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=16

22 26 33 34 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133

1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0

 Всего элементов=188, из них базовых: 0

 Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли=1.5831175

A=15. B=15. AUB=218. AUB-A-B=188

 Локальный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
 степень отличия системы от множества базовых элементов

 Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
 величину системного эффекта, возникающего при объеди-
 нении нескольких систем в одну

=====

УРОВЕНЬ СЛОЖНОСТИ=6

1-я СИСТЕМА === Sys_1.dbf =====

6-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0

5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0

4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=1

210

3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4

```

30 42 70 105
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
6 10 14 15 21 35
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
2 3 5 7
-----
Всего элементов=15, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.9534453
=====

2-я СИСТЕМА === Sys_2.dbf =====
6-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=1
46189
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
2431 2717 3553 4199
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
143 187 209 221 247 323
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
11 13 17 19
-----
Всего элементов=15, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.9534453
=====

ОБЪЕДИНЕННАЯ СИСТЕМА === Sys_U.dbf =====
6-й уровень иерархии. Кол-во элементов=28
30030 39270 43890 46410 51870 67830 72930 81510 102102 106590 114114 125970 149226 170170 176358 190190
248710 255255 277134 285285 293930 373065 440895 461890 646646 692835 969969 1616615
5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56
2310 2730 3570 3990 4290 5610 6006 6270 6630 7410 7854 8778 9282 9690 10010 10374 13090 13566 14586 14630
15015 15470 16302 17290 19635 21318 21945 22610 23205 24310 25194 25935 27170 33915 34034 35530 36465 38038
40755 41990 49742 51051 53295 57057 58786 62985 74613 85085 88179 92378 95095 124355 138567 146965 230945
323323
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=70
210 330 390 462 510 546 570 714 770 798 858 910 1122 1155 1190 1254 1326 1330 1365 1430 1482 1785 1870 1938
1995 2002 2090 2145 2210 2470 2618 2805 2926 3003 3094 3135 3230 3315 3458 3705 3927 4389 4522 4641 4845
4862 5005 5187 5434 6545 6783 7106 7293 7315 7735 8151 8398 8645 10659 11305 12155 12597 13585 17017 17765
19019 20995 24871 29393 46189
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56
30 42 66 70 78 102 105 110 114 130 154 165 170 182 190 195 231 238 255 266 273 285 286 357 374 385 399 418
429 442 455 494 561 595 627 646 663 665 715 741 935 969 1001 1045 1105 1235 1309 1463 1547 1615 1729 2261
2431 2717 3553 4199
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=28
6 10 14 15 21 22 26 33 34 35 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133 143 187 209 221 247 323
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=8
2 3 5 7 11 13 17 19
-----
Всего элементов=246, из них базовых: 8
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=2.6475048
=====

СИСТЕМНЫЙ ЭФФЕКТ === Sys_s.dbf =====
6-й уровень иерархии. Кол-во элементов=28
30030 39270 43890 46410 51870 67830 72930 81510 102102 106590 114114 125970 149226 170170 176358 190190
248710 255255 277134 285285 293930 373065 440895 461890 646646 692835 969969 1616615
5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56
2310 2730 3570 3990 4290 5610 6006 6270 6630 7410 7854 8778 9282 9690 10010 10374 13090 13566 14586 14630
15015 15470 16302 17290 19635 21318 21945 22610 23205 24310 25194 25935 27170 33915 34034 35530 36465 38038
40755 41990 49742 51051 53295 57057 58786 62985 74613 85085 88179 92378 95095 124355 138567 146965 230945
323323
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=68
330 390 462 510 546 570 714 770 798 858 910 1122 1155 1190 1254 1326 1330 1365 1430 1482 1785 1870 1938
1995 2002 2090 2145 2210 2470 2618 2805 2926 3003 3094 3135 3230 3315 3458 3705 3927 4389 4522 4641 4845
4862 5005 5187 5434 6545 6783 7106 7293 7315 7735 8151 8398 8645 10659 11305 12155 12597 13585 17017 17765
19019 20995 24871 29393
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=48
66 78 102 110 114 130 154 165 170 182 190 195 231 238 255 266 273 285 286 357 374 385 399 418 429 442 455
494 561 595 627 646 663 665 715 741 935 969 1001 1045 1105 1235 1309 1463 1547 1615 1729 2261
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=16
22 26 33 34 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
-----
Всего элементов=216, из них базовых: 0
=====
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли=1.6186451
A=15. B=15. AUB=246. AUB-A-B=216
=====
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
степень отличия системы от множества базовых элементов
-----
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
величину системного эффекта, возникающего при объеди-
нении нескольких систем в одну
=====

УРОВЕНЬ СЛОЖНОСТИ=7

```



```

1-Я СИСТЕМА === Sys_1.dbf =====
7-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
6-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=1
210
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
30 42 70 105
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
6 10 14 15 21 35
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
2 3 5 7
~~~~~
Всего элементов=15, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.9534453
=====

```

```

2-Я СИСТЕМА === Sys_2.dbf =====
7-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
6-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=1
46189
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
2431 2717 3553 4199
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=6
143 187 209 221 247 323
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=4
11 13 17 19
~~~~~
Всего элементов=15, из них базовых: 4
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=1.9534453
=====

```

```

ОБЪЕДИНЕННАЯ СИСТЕМА === Sys_U.dbf =====
7-й уровень иерархии. Кол-во элементов=8
510510 570570 746130 881790 1385670 1939938 3233230 4849845
6-й уровень иерархии. Кол-во элементов=28
30030 39270 43890 46410 51870 67830 72930 81510 102102 106590 114114 125970 149226 170170 176358 190190
248710 255255 277134 285285 293930 373065 440895 461890 646646 692835 969969 1616615
5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56
2310 2730 3570 3990 4290 5610 6006 6270 6630 7410 7854 8778 9282 9690 10010 10374 13090 13566 14586 14630
15015 15470 16302 17290 19635 21318 21945 22610 23205 24310 25194 25935 27170 33915 34034 35530 36465 38038
40755 41990 49742 51051 53295 57057 58786 62985 74613 85085 88179 92378 95095 124355 138567 146965 230945
323323
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=70
210 330 390 462 510 546 570 714 770 798 858 910 1122 1155 1190 1254 1326 1330 1365 1430 1482 1785 1870 1938
1995 2002 2090 2145 2210 2470 2618 2805 2926 3003 3094 3135 3230 3315 3458 3705 3927 4389 4522 4641 4845
4862 5005 5187 5434 6545 6783 7106 7293 7315 7735 8151 8398 8645 10659 11305 12155 12597 13585 17017 17765
19019 20995 24871 29393 46189
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56
30 42 66 70 78 102 105 110 114 130 154 165 170 182 190 195 231 238 255 266 273 285 286 357 374 385 399 418
429 442 455 494 561 595 627 646 663 665 715 741 935 969 1001 1045 1105 1235 1309 1463 1547 1615 1729 2261
2431 2717 3553 4199
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=28
6 10 14 15 21 22 26 33 34 35 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133 143 187 209 221 247 323
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=8
2 3 5 7 11 13 17 19
~~~~~
Всего элементов=254, из них базовых: 8
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли=2.6628949
=====

```

```

СИСТЕМНЫЙ ЭФФЕКТ === Sys_s.dbf =====
7-й уровень иерархии. Кол-во элементов=8
510510 570570 746130 881790 1385670 1939938 3233230 4849845
6-й уровень иерархии. Кол-во элементов=28
30030 39270 43890 46410 51870 67830 72930 81510 102102 106590 114114 125970 149226 170170 176358 190190
248710 255255 277134 285285 293930 373065 440895 461890 646646 692835 969969 1616615
5-й уровень иерархии. Кол-во элементов=56
2310 2730 3570 3990 4290 5610 6006 6270 6630 7410 7854 8778 9282 9690 10010 10374 13090 13566 14586 14630
15015 15470 16302 17290 19635 21318 21945 22610 23205 24310 25194 25935 27170 33915 34034 35530 36465 38038
40755 41990 49742 51051 53295 57057 58786 62985 74613 85085 88179 92378 95095 124355 138567 146965 230945
323323
4-й уровень иерархии. Кол-во элементов=68
330 390 462 510 546 570 714 770 798 858 910 1122 1155 1190 1254 1326 1330 1365 1430 1482 1785 1870 1938
1995 2002 2090 2145 2210 2470 2618 2805 2926 3003 3094 3135 3230 3315 3458 3705 3927 4389 4522 4641 4845
4862 5005 5187 5434 6545 6783 7106 7293 7315 7735 8151 8398 8645 10659 11305 12155 12597 13585 17017 17765
19019 20995 24871 29393
3-й уровень иерархии. Кол-во элементов=48
66 78 102 110 114 130 154 165 170 182 190 195 231 238 255 266 273 285 286 357 374 385 399 418 429 442 455
494 561 595 627 646 663 665 715 741 935 969 1001 1045 1105 1235 1309 1463 1547 1615 1729 2261
2-й уровень иерархии. Кол-во элементов=16
22 26 33 34 38 39 51 55 57 65 77 85 91 95 119 133
1-й уровень иерархии. Кол-во элементов=0
~~~~~
Всего элементов=224, из них базовых: 0

```

```

=====
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли=1.6280544
A=15. B=15. AUB=254. AUB-A-B=224
=====
Локальный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
степень отличия системы от множества базовых элементов
=====
Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли отражает
величину системного эффекта, возникающего при объеди-
нении нескольких систем в одну
=====

```

Из приведенного примера видно, что при уровне сложности равном 1, объединение систем ничем не отличается от объединения множеств их базовых элементов, чем и обеспечивается выполнение принципа соответствия. При увеличении уровня сложности наблюдается все больший и больший системный эффект, количественно измеряемый обобщенным коэффициентом эмерджентности Хартли.

При этих же параметрах и уровне сложности 2 сформирован пример, приведенный на рисунке 3 и в таблицах 1–4. Данные таблицы сформированы на основе файлов (которые считываются в MS Excel): Sys#_1.dbf, Sys#_2.dbf, Sys#_U.dbf и Sys#_eff.dbf, где: # – уровень сложности.

В результате запуска этой программы с последовательно увеличивающимся параметром «уровень сложности» при одних и тех же диапазонах базовых элементов, указанных выше, получим результаты, сведенные в таблице 5 и на рисунке 6:

Таблица 5 – ЗАВИСИМОСТЬ ЛОКАЛЬНЫХ И ОБОБЩЕННОГО КОЭФФИЦИЕНТОВ ЭМЕРДЖЕНТНОСТИ ХАРТЛИ ОТ СЛОЖНОСТИ ОБЪЕДИНЯЕМЫХ СИСТЕМ

Уровень сложности	Локальный коэффициент эмерджентности Хартли			Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли
	1-й системы	2-й системы	Объединенной системы	
1	1,0000000	1,0000000	1,0000000	1,0000000
2	1,6609640	1,6609640	1,7233083	1,1962080
3	1,9036775	1,9036775	2,1745207	1,3569961
4	1,9534453	1,9534453	2,4466167	1,4958251
5	1,9534453	1,9534453	2,5893948	1,5831175
6	1,9534453	1,9534453	2,6475048	1,6186451
7	1,9534453	1,9534453	2,6628949	1,6280544

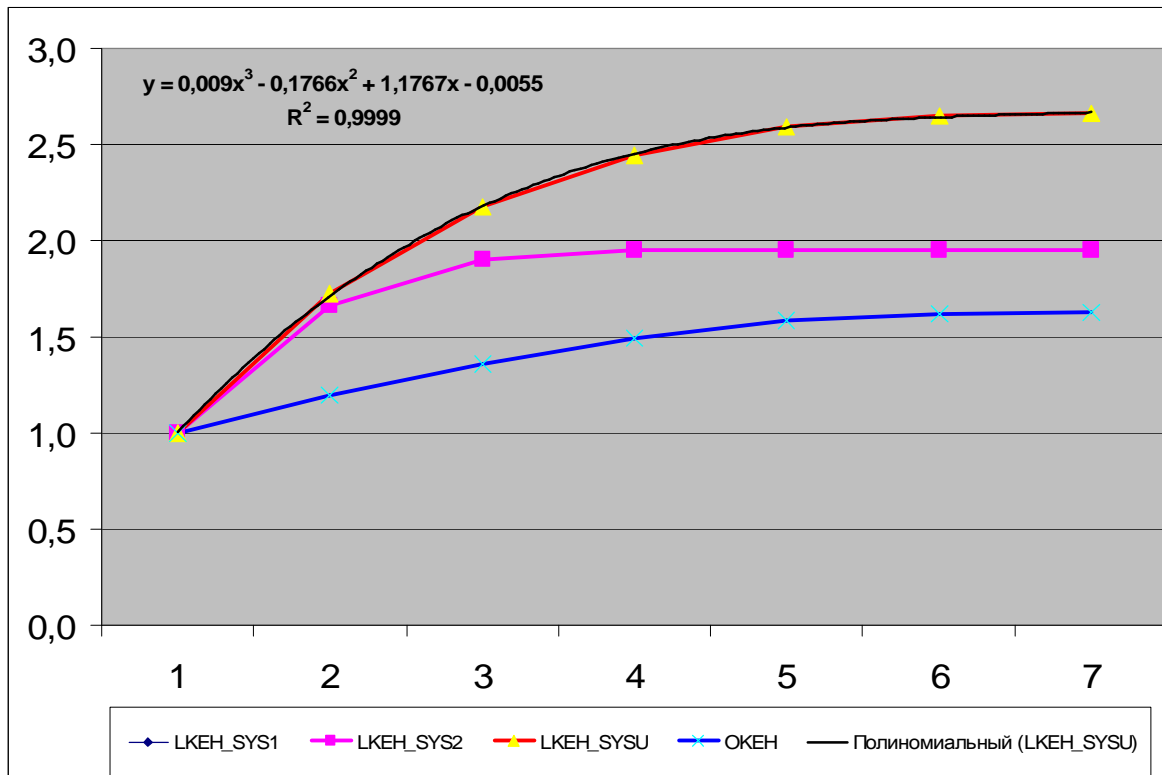


Рисунок 6. Зависимость локальных и обобщенного коэффициентов эмерджентности Хартли от сложности объединяемых систем

На рисунке 6 использованы обозначения:

– LKEH_SYS1 – локальный коэффициент эмерджентности Хартли для систем Sys_1 и Sys_2;

– LKEH_SYSU – локальный коэффициент эмерджентности Хартли для объединенной системы (объединения систем Sys_1 и Sys_2), хорошо аппроксимируется кубическим степенным полиномом:

$$y = 0,009x^3 - 0,1766x^2 + 1,1767x - 0,0055$$

$$R^2 = 0,9999;$$

– ОКЕН – обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли.

Из таблицы 5 и рисунка 6 видно, что при повышении уровня сложности от 4 до 7 уровень системности 1-й и 2-й подсистем не увеличивается. Это связано с тем, что из-за небольшого количества базовых элементов этих системах *отсутствуют* 5-й, 6-й и 7-й иерархические уровни, т.е. на них нет ни одного элемента. На других зависимостях также виден «эффект

насыщения», проявляющийся в том, что с увеличением уровня сложности системный эффект увеличивается все медленнее и медленнее и выходит на некоторую асимптоту, определяемую количеством базовых элементов в исходных подсистемах.

Выводы.

Итак, в статье рассмотрена реализация операции объединения систем, являющаяся обобщением операции объединения множеств в рамках системного обобщения теории множеств. Эта операция сходна с операцией объединения булеанов классической теории множеств. Но в отличие от классической теории множеств в ее системном обобщении предлагается *конкретный алгоритм* объединения систем и обосновывается количественная мера системного (синергетического, эмерджентного) эффекта, возникающего за счет объединения систем. Для этой меры предложено название: «*Обобщенный коэффициент эмерджентности Хартли*» из-за сходства его математической формы с предложенным в 2001 году локальным коэффициентом эмерджентности Хартли, отражающим степень отличия системы от множества его базовых элементов. Приводится ссылка на авторскую программу, реализующую предложенный алгоритм и обеспечивающую численное моделирование объединения систем при различных ограничениях на сложность систем и при различной мощности порождающего множества, приводятся некоторые результаты численного моделирования.

Перспективы.

В перспективе планируется более тщательно исследовать свойства объединения систем и разработать системные обобщения других операций над множествами¹⁷.

¹⁷ См.: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Операции%20над%20множествами>

Библиографический список

1. Луценко Е.В. Автоматизированный системно-когнитивный анализ в управлении активными объектами (системная теория информации и ее применение в исследовании экономических, социально-психологических, технологических и организационно-технических систем): Монография (научное издание). – Краснодар: КубГАУ. 2002. – 605с¹⁸.
2. Луценко Е.В. Программная идея системного обобщения математики и ее применение для создания системной теории информации / Е.В. Луценко // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №02(36). – Шифр Информрегистра: 0420800012\0016. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2008/02/pdf/11.pdf>
3. Луценко Е.В. Неформальная постановка и обсуждение задач, возникающих при системном обобщении теории множеств на основе системной теории информации (Часть 1-я: задачи 1-3) / Е.В. Луценко // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №03(37). – Шифр Информрегистра: 0420800012\0031. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2008/03/pdf/12.pdf>
4. Луценко Е.В. Неформальная постановка и обсуждение задач, возникающих при системном обобщении теории множеств на основе системной теории информации (Часть 2-я: задачи 4–9) / Е.В. Луценко // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №04(38). – Шифр Информрегистра: 0420800012\0049. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2008/04/pdf/03.pdf>
5. Луценко Е.В. Количественные меры возрастания эмерджентности в процессе эволюции систем (в рамках системной теории информации) / Е.В. Луценко // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2006. – №05(21). – Шифр Информрегистра: 0420600012\0089. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2006/05/pdf/31.pdf>
6. Луценко Е.В. Математическая сущность системной теории информации (СТИ) (Системное обобщение формулы Больцмана-Найквиста-Хартли, синтез семантической теории информации Харкевича и теории информации Шеннона) / Е.В. Луценко // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №08(42). – Шифр Информрегистра: 0420800012\0114. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2008/08/pdf/04.pdf>
7. Луценко Е.В. Универсальный информационный вариационный принцип развития систем / Е.В. Луценко // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2008. – №07(41). – Шифр Информрегистра: 0420800012\0091. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2008/07/pdf/10.pdf>
8. Луценко Е.В. 30 лет системе «Эйдос» – одной из старейших отечественных универсальных систем искусственного интеллекта, широко применяемых и развивающихся и в настоящее время / Е.В. Луценко // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2009. – №10(54). – Шифр Информрегистра: 0420900012\0110. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2009/10/pdf/04.pdf>
9. Луценко Е.В. «Эйдос-астра» – интеллектуальная система научных исследований влияния космической среды на поведение глобальных геосистем / Е.В. Луценко, А.П. Трунев // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2010. – №07(61). – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2010/07/pdf/17.pdf>
10. Луценко Е.В. Автоматизация когнитивных операций системного анализа. В сб.: "Проблемы совершенствования систем защиты информации, энергоснабжения военных объектов и образовательных технологий подготовки специалистов". Мате-

¹⁸ Для удобства читателей некоторые из этих работ приведены на сайте автора: <http://lc.kubagro.ru>

- риалы II межвузовской научно-технической конференции. – Краснодар: КВИ, 2001. – С. 131-133.
11. Луценко Е.В. АСК-анализ как метод выявления когнитивных функциональных зависимостей в многомерных зашумленных фрагментированных данных / Е.В. Луценко // Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2005. – №03(11). – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2005/03/pdf/19.pdf>
 12. Луценко Е.В. Существование, несуществование и изменение как эмерджентные свойства систем // Квантовая Магия. – 2008. – Т. 5. – Вып. 1. – С. 1215–1239 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL512008/p1215.html>.
 13. Мамонтов Д.В., Волошин С.Б. Алгоритм формирования комбинаций при расчете перестановок, размещений и сочетаний. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.voloshin-sb.ru/Portals/0/Download/Works/combinator.pdf>
 14. Луценко Е.В. Интеллектуальные информационные системы: Учебное пособие для студентов специальности "Прикладная информатика (по областям)" и другим экономическим специальностям. 2-е изд., перераб. и доп.– Краснодар: КубГАУ, 2006. – 615 с.
 15. Колмогоров А.Н. Теория информации и теория алгоритмов. – М.: Наука, 1987 – 304с.
 16. Хартли Р.В.Л. Передача информации. // Теория информации и ее приложения. М.: Физматгиз, 1959 – с.5-35.
 17. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. – М.: Изд. иностр. лит., 1963 – 830с.